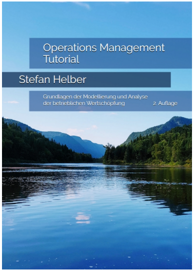
Losgrößenplanung

Problemaspekte

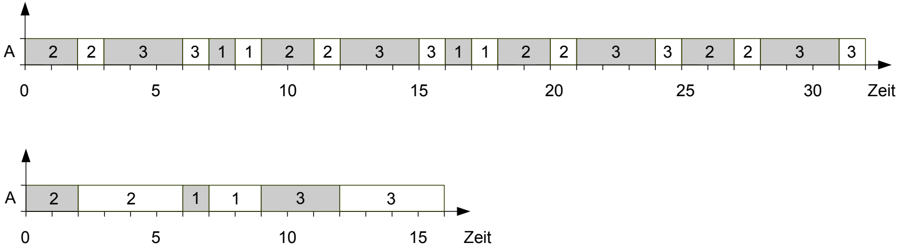
Prof. Dr. Stefan Helber



Rüstwechsel

Flexible Produktionseinrichtungen

- mehrere Produktarten
- Rüstvorgänge
- serielle Bearbeitung der Produkteinheiten
- Ressourcenkonkurrenz



Losgrößenproblem

Vorteil großer Produktionslose

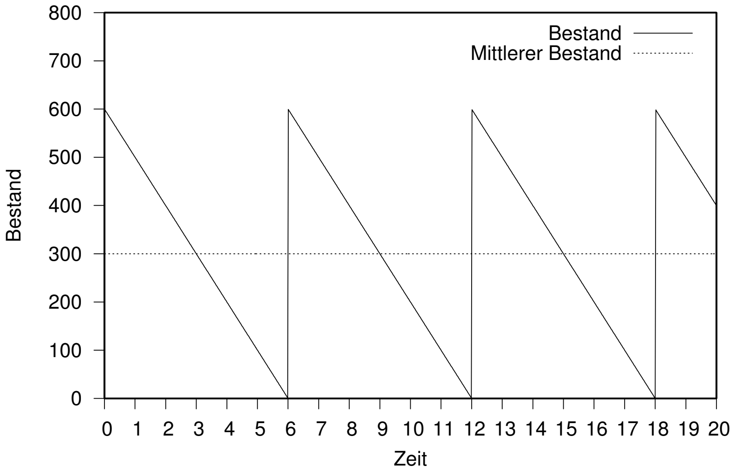
- geringe Rüstzeiten je ZE oder ME
- geringe Rüstkosten je ZE oder ME

Nachteil großer Produktionslose

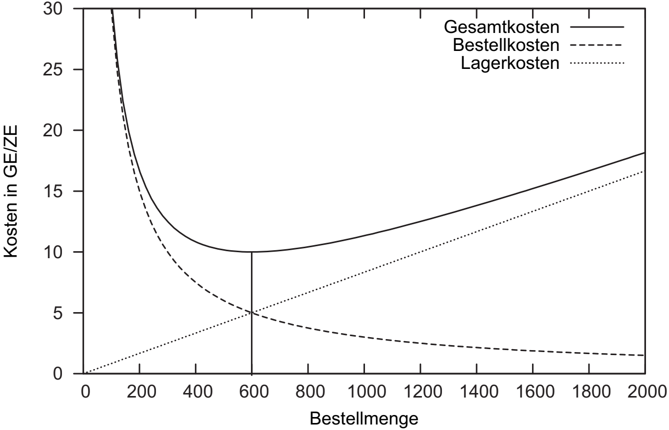
- hohe Lagerkosten je ZE oder ME
- große Bestände
- lange Durchlaufzeiten

Fundamentales Problem des Operations Management, Trade-off

Klassisches Modell I



Klassisches Modell II



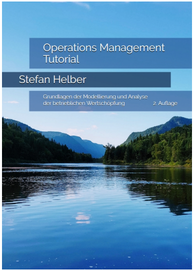
Optimale Lösung: $q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot s \cdot d}{h}}$ (Harris / Andler)

Keine Ressourcenkonkurrenz, stationäre Bedingungen

Losgrößenplanung

Endliche Produktionsgeschwindigkeit

Prof. Dr. Stefan Helber



Erweiterung des klassischen Modells

Annahmen und Notation

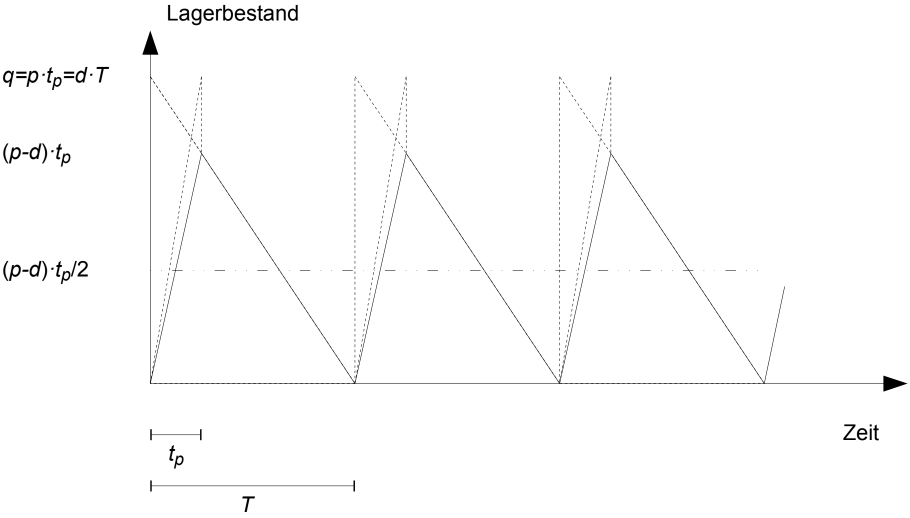
- eine Produktart
- Bedarfsrate d [ME/ZE]
- Produktionsrate p [ME/ZE]
- Losgröße q [ME]
- Auflagezyklus T [ZE]
- Produktionsphase t_P [ZE] mit $t_P < T$

$$q = d \cdot T$$

$$q = p \cdot t_p,$$

$$t_p = \frac{q}{p}$$

Bestandsverlauf



Kostenfunktion

$$
\begin{aligned}
K^L(q) &= h \cdot \frac{(p-d) \cdot t_p}{2} \\
&= h \cdot \frac{(p-d) \cdot \frac{q}{p}}{2} \\
&= \frac{1}{2} \cdot q \cdot h \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right) \\
K^R(q) &= s \cdot \frac{d}{q} \\
K(q) = K^R(q) + K^L(q) &= s \cdot \frac{d}{q} + \frac{1}{2} \cdot q \cdot h \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right)
\end{aligned}
$$

$$
\Rightarrow \; q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot s \cdot d}{h \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right)}}
$$

Beispiel

Ein Jahr möge rechnerisch aus 360 Tagen bestehen und ein Produktionssystem werde an allen 360 Tagen je Jahr betrieben. Die jährliche Nachfrage nach einem Produkt betrage 36.000 Mengeneinheiten und die Produktionsgeschwindigkeit betrage 72.000 Mengeneinheiten pro Jahr. Der Rüstkostensatz betrage 30 Geldeinheiten und der Lagerkostensatz sei 6 Geldeinheiten je Mengeneinheit und Jahr.

Gesucht seien

- die kostenminimale Losgröße,
- die Zyklusdauer zwischen zwei Losauflagen und
- die Dauer der Produktionsphase je Produktionszyklus

im Optimum.

Beispiel (Fortsetzung)

Losgröße

$$q^* = \sqrt{\frac{2sd}{h \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \text{ GE } \cdot 36.000 \text{ ME / Jahr}}{6 \text{ GE /(ME Jahr)} \cdot \left(1 - \frac{36.000 \text{ ME / Jahr}}{72.000 \text{ ME / Jahr}}\right)}}$$
$$= 848{,}528 \text{ ME} \approx 849 \text{ ME}$$

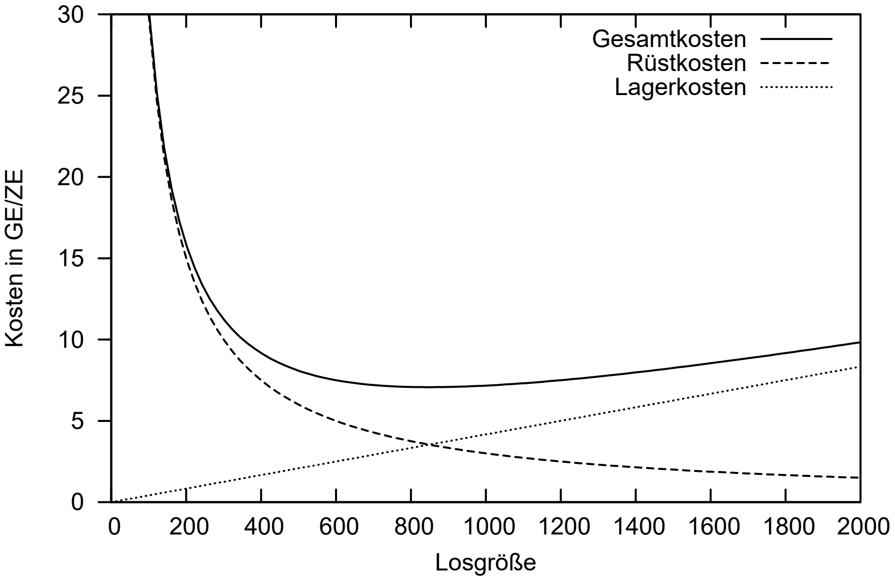
Länge des Produktionszyklus

$$T = \frac{q}{d} = \frac{849 \text{ ME}}{36.000 \text{ ME / Jahr}} = 8{,}49 \text{ Tage}$$

Dauer der Produktionsphase

$$t_p = \frac{q}{p} = \frac{849 \text{ ME}}{72.000 \text{ ME / Jahr}} = 4{,}245 \text{ Tage.}$$

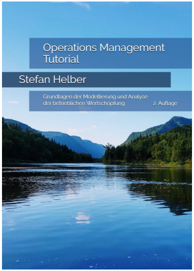
Beispiel (Fortsetzung)



Losgrößenplanung

Dynamische Losgrößenplanung im CLSP

Prof. Dr. Stefan Helber



Problemstellung im CLSP

Annahmen im Capacitated Lot Sizing Problem

- eine Produktionsressource (Maschine, Anlage)
- mehrere Perioden
- gegebene Kapazität
- mehrere Produktarten
- Rüstvorgänge, serielle Bearbeitungsvorgänge
- gegebene Nachfrage
- Rüst- und Lagerkostensätze je Produktart

Suche nach einem kostenminimalen und zulässigen Plan

Beispiel

Nachfrage

$k \backslash t$	1	2	3	4	5	6
1	10	25	30	100		130
2		5	40		10	60
3	5	45	30		40	60
4		40	20	15	80	
5	20		5	15	70	50

Produkt k	1	2	3	4	5
Rüstkostensatz sc_k	20	50	40	30	50
Lagerkostensatz hc_k	3	5	6	4	3
Rüstzeit ts_k	30	100	50	40	40
Bearbeitungszeit tb_k	1	2	1	4	2

Periodenkapazität 400 oder 800 ZE

Notation

Symbol	Bedeutung
	Indizes und Indexmengen
$k = 1, ..., K$	Produkte
$t = 1, ..., T$	Perioden
	Parameter
c_t	Kapazität der Ressource in Periode t
d_{kt}	Bedarf von Produkt k in Periode t
hc_k	Kosten der Lagerung einer Einheit von Produkt k pro Periode
sc_k	Kosten eines Rüstvorgangs für Produkt k
tb_k	Stückbearbeitungszeit für Produkt k
ts_k	Rüstzeit für Produkt k
Y_{k0}	Lageranfangsbestand von Produkt k
	Entscheidungsvariablen
$Q_{kt} \geq 0$	Produktionsmenge von Produkt k in Periode t
$Y_{kt} \geq 0$	Lagerbestand von Produkt k am Ende von Periode t
$\gamma_{kt} \in \{0, 1\}$	binäre Rüstvariable, hat den Wert 1, wenn in Periode t das Produkt k aufgelegt wird, ansonsten den Wert 0

Modellformulierung zum CLSP

$$\text{Minimiere } \sum_{k=1}^{K}\sum_{t=1}^{T}(sc_k \cdot \gamma_{kt} + hc_k \cdot Y_{kt}) \tag{1}$$

u. B. d. R.

$$Y_{k,t-1} + Q_{kt} - Y_{kt} = d_{kt}, \qquad k = 1, ..., K; t = 1, ..., T \tag{2}$$

$$\sum_{k=1}^{K}(ts_k \cdot \gamma_{kt} + tb_k \cdot Q_{kt}) \leq c_t, \qquad t = 1, ..., T \tag{3}$$

$$Q_{kt} \leq \frac{c_t}{tb_k} \cdot \gamma_{kt}, \qquad k = 1, ..., K; t = 1, ..., T \tag{4}$$

Beispiel

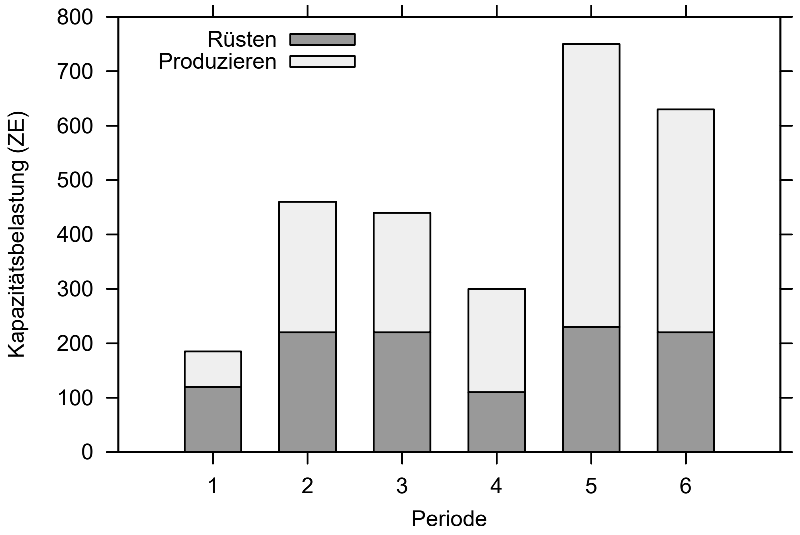
Nachfrage

$k \backslash t$	1	2	3	4	5	6
1	10	25	30	100		130
2		5	40		10	60
3	5	45	30		40	60
4		40	20	15	80	
5	20		5	15	70	50

Produkt k	1	2	3	4	5
Rüstkostensatz sc_k	20	50	40	30	50
Lagerkostensatz hc_k	3	5	6	4	3
Rüstzeit ts_k	30	100	50	40	40
Bearbeitungszeit tb_k	1	2	1	4	2

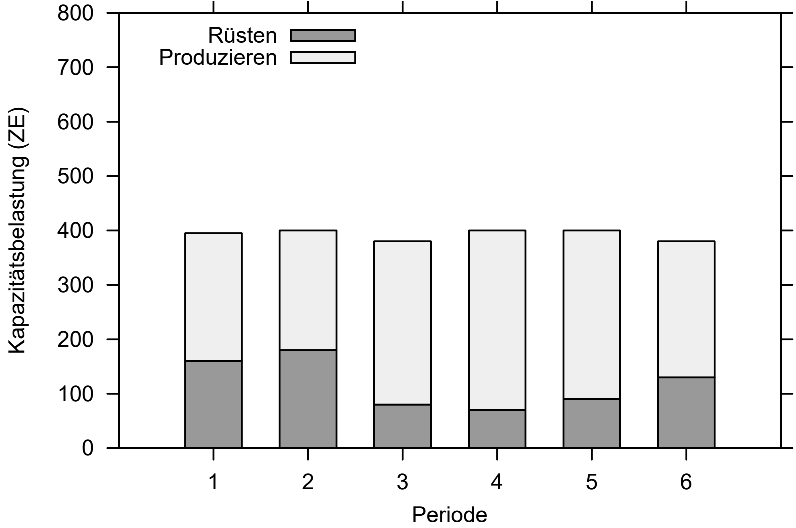
Periodenkapazität 400 oder 800 ZE

Lösung bei einer Periodenkapazität von 800 Zeiteinheiten



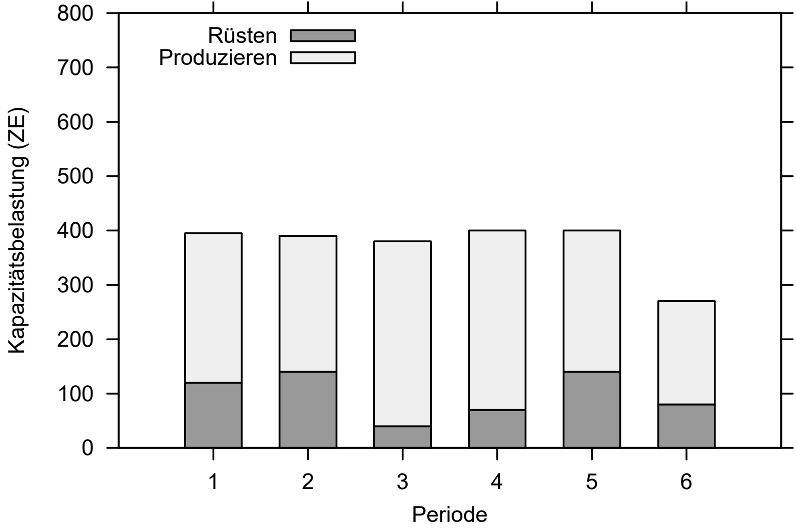
t	1	2	3	4	5	6
d_{1t}	10	25	30	100		130
d_{2t}		5	40		10	60
d_{3t}	5	45	30		40	60
d_{4t}		40	20	15	80	
d_{5t}	20		5	15	70	50
Q_{1t}	10	25	30	100		130
Q_{2t}		5	40		10	60
Q_{3t}	5	45	30		40	60
Q_{4t}		40	20	15	80	
Q_{5t}	25			15	70	50
Y_{1t}						
Y_{2t}						
Y_{3t}						
Y_{4t}						
Y_{5t}	5	5				
γ_{1t}	1	1	1	1		1
γ_{2t}		1	1		1	1
γ_{3t}	1	1	1		1	1
γ_{4t}		1	1	1	1	
γ_{5t}	1			1	1	1

Lösung bei einer Periodenkapazität von 400 Zeiteinheiten

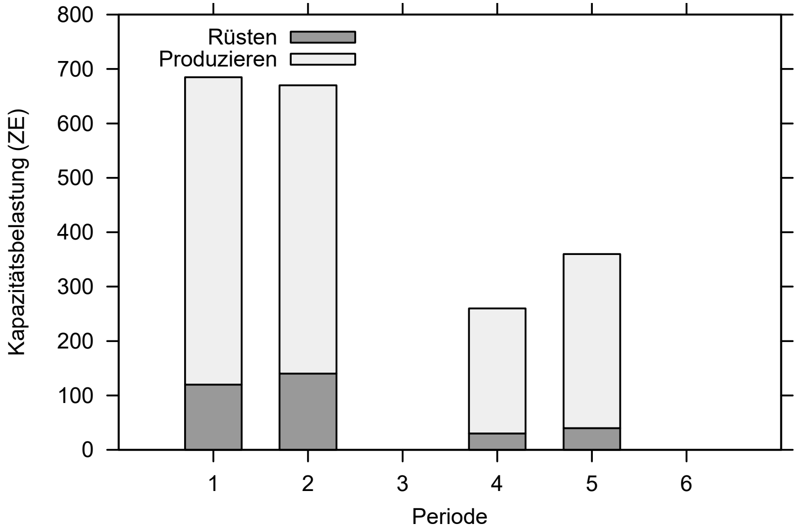


t	1	2	3	4	5	6
d_{1t}	10	25	30	100		130
d_{2t}		5	40		10	60
d_{3t}	5	45	30		40	60
d_{4t}		40	20	15	80	
d_{5t}	20		5	15	70	50
Q_{1t}	30	35		100		130
Q_{2t}		55				60
Q_{3t}	5	75			100	
Q_{4t}	40		57.5	57.5		
Q_{5t}	20		35		105	
Y_{1t}	20	30				
Y_{2t}		50	10	10		
Y_{3t}		30			60	
Y_{4t}	40		37.5	80		
Y_{5t}			30	15	50	
γ_{1t}	1	1		1		1
γ_{2t}		1				1
γ_{3t}	1	1			1	
γ_{4t}	1		1	1		
γ_{5t}	1		1		1	

Periodenkapazität von 400 Zeiteinheiten und 100-fache Rüstkosten



Periodenkapazität von 800 Zeiteinheiten und 100-fache Rüstkosten



Ausblick

Weitere Problemaspekte

- mehrstufige Prozesse und multiple Ressourcen
- reihenfolgeabhängige Rüstzeiten und -kosten
- Übertragung des Rüstzustandes am Periodenende
- unsichere Nachfrage