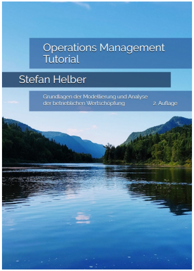
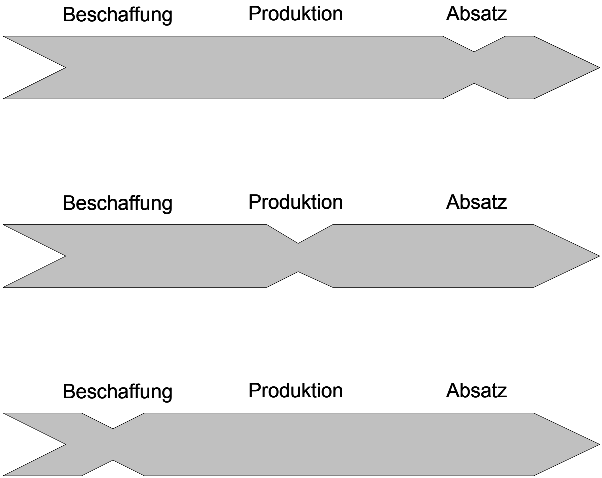
Produktionsprogramme und aggregierte Planung

Problemaspekte

Prof. Dr. Stefan Helber



Beschränkungen von Wertschöpfungsprozessen



Programmplanung und aggregierte Planung

Vielfältige Problemstellung(en)

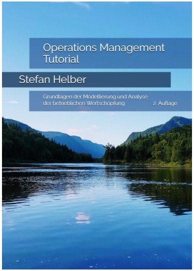
- Programmplanung: Konzentration auf profitable Produkte
- Programmplanung: Kapazitätsreservierung bei unsicherer Nachfrage
- Aggregierte Planung: Lagerung vs. Überstunden
- Programm- und Transportplanung: Berücksichtigung von CO2-Emissionen

Kurzfristige Perspektive: Kosten und ggf. Erlöse

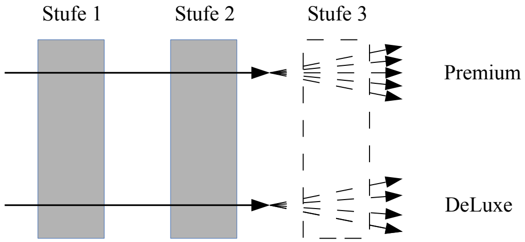
Produktionsprogramme und aggregierte Planung

Konzentration auf profitable Produkte

Prof. Dr. Stefan Helber



Produktlinien und Produktionsprozess



- Betrachtung des nächsten Quartals
- Produktlinien “Premium” und “DeLuxe”
- Produktionsstufen 1 und 2 potentielle Engpässe
- Produktionsmenge gleich Absatzmenge

Grundproblem der Programmplanung!

Daten des Beispiels

	Premium	DeLuxe
Produktionsstufe 1 [min./ME]	12	8
Produktionsstufe 2 [min./ME]	6	20
Stückerlös [GE/ME]	300	550
var. Stückkosten [GE/ME]	100	150
Absatzobergrenze [ME]	3500	1500

Kapazität der Produktionsstufen 1 und 2 jeweils 40.000 Minuten

Grundmodell der Programmplanung I

Symbol	Bedeutung
	Indizes und Indexmengen
$i \in \mathcal{I}$	Produkte, $\mathcal{I} = \{1, ..., I\}$
$j \in \mathcal{J}$	Ressourcen, $\mathcal{J} = \{1, ..., J\}$
	Parameter
a_{ij}	Kapazitätsbelastung je Einheit von Produkt i auf Ressource j
c_j	reguläre Periodenkapazität von Ressource j
d_i	Absatzobergrenze von Produkt i
e_i	Erlös je Einheit von Produkt i
k_i^v	variable Herstellkosten je Einheit von Produkt i
	Entscheidungsvariablen
$X_i \geq 0$	Produktions- und Absatzmenge von Produkt i

Grundmodell der Programmplanung II

$$\text{Max. } Z = \sum_{i=1}^{I} (e_i - k_i^v) \cdot X_i \tag{1}$$

u. B. d. R.

$$X_i \leq d_i, \qquad i \in \mathcal{I} \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{I} a_{ij} \cdot X_i \leq c_j, \qquad j \in \mathcal{J} \tag{3}$$

Konkrete Instanz: Zahlenwerte

$$\text{Max. } Z = (300 - 100)\frac{\text{GE}}{\text{ME}} \cdot X_1 + (550 - 150)\frac{\text{GE}}{\text{ME}} \cdot X_2$$

u.B.d.R.

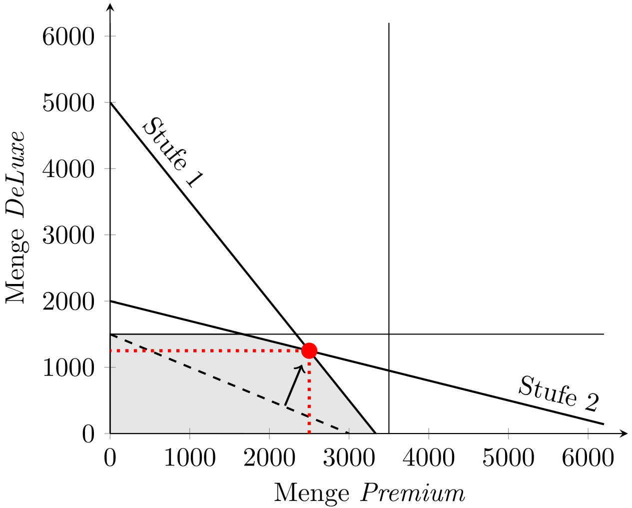
$$X_1 \leq 3.500 \text{ ME}$$

$$X_2 \leq 1.500 \text{ ME}$$

$$12\frac{\text{min}}{\text{ME}} \cdot X_1 + 8\frac{\text{min}}{\text{ME}} \cdot X_2 \leq 40.000 \text{ min}$$

$$6\frac{\text{min}}{\text{ME}} \cdot X_1 + 20\frac{\text{min}}{\text{ME}} \cdot X_2 \leq 40.000 \text{ min}$$

Graphische Lösung



Konkrete Instanz: Restriktion einzeichnen

Beispiel: Kapazität Stufe I

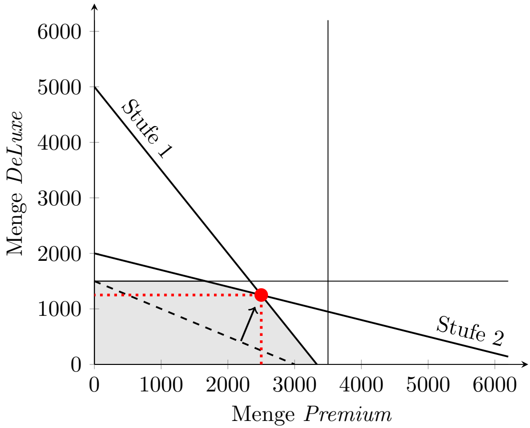
$$12 \text{ min/ME } \cdot X_1 + 8 \text{ min/ME } \cdot X_2 \leq 40.000 \text{ min.} \tag{4}$$

Auflösen nach der Produktionsmenge X_2

$$X_2 \leq \frac{40.000 \text{ min}}{8 \text{ min/ME}} - \frac{12 \text{ min/ME}}{8 \text{ min/ME}} \cdot X_1$$

$$X_2 \leq 5.000 \text{ ME } - \frac{3}{2} \cdot X_1 \tag{5}$$

Graphische Lösung



- 2.500 ME Premium, 1.250 ME DeLuxe, Zielfunktionswert 1.000.000 GE
- reellwertige Lösungen ggf. runden

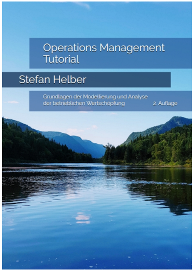
Modelldiskussion

- Hier Produktions- und Absatzmengen identisch
- Konzentration auf Profitabilität
- Berücksichtigung mehrerer Engpässe
- Simultane Lösung!!
- Zwei-Produkt-Fall graphisch lösbar
- Im allgemeinen Fall Lösung z. B. mit GAMS/CPLEX

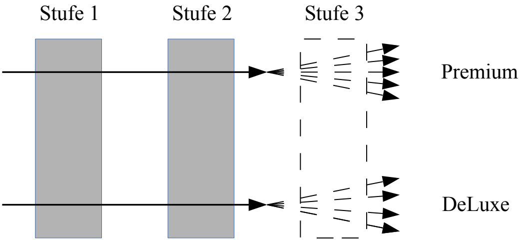
Produktionsprogramme und aggregierte Planung

Programmplanung mit Kapazitätsreservierung bei unsicherer Nachfrage

Prof. Dr. Stefan Helber



Produktlinien und Produktionsprozess



- Betrachtung des nächsten Quartals
- Produktlinien “Premium” und “DeLuxe”
- Produktionsstufen 1 und 2 potentielle Engpässe
- Produktionsmenge gleich Absatzmenge
- unsichere Nachfrage
- Möglichkeit der Kapazitätsreservierung

Daten des Beispiels

	Premium	DeLuxe
Produktionsstufe 1 [min./ME]	12	8
Produktionsstufe 2 [min./ME]	6	20
Stückerlös [GE/ME]	300	550
var. Stückkosten [GE/ME]	100	150
~~Absatzobergrenze [ME]~~	~~3.500~~	~~1.500~~

Kapazität der Produktionsstufen 1 und 2 jeweils 40.000 Minuten

Nachfrageszenarien für das Programmplanungsbeispiel

Szenario	p_s	*Premium* [ME]	*DeLuxe* [ME]
1	0,1	3.000	1.200
2	0,5	3.500	1.500
3	0,4	4.500	2.500

Zusatzkapazität pro Stufe je 25.000 Minuten für je 155.000 GE

Programmplanung unter Unsicherheit I

Entscheidungen in zwei aufeinander folgenden Stufen

- **Stufe 1:** Zusatzkapazität nutzen?
- **Stufe 2:** Produktionsmengen?

Hier Modell für Stufe 1, dabei Antizipation der Entscheidungen von Stufe 2

Basisannahme: Entscheider risikoneutral

Programmplanung unter Unsicherheit II

Symbol	Bedeutung
	Indizes und Indexmengen
$i \in \mathcal{I}$	Produkte, $\mathcal{I} = \{1, ..., I\}$
$j \in \mathcal{J}$	Ressourcen, $\mathcal{J} = \{1, ..., J\}$
$s \in \mathcal{S}$	Szenarien, $\mathcal{S} = \{1, ..., S\}$
	Parameter
a_{ij}	Ressourcenverbrauch je Einheit von Produkt i auf Ressource j
c_j	reguläre Periodenkapazität von Ressource j
c_j^z	zusätzliche Periodenkapazität von Ressource j
d_{is}	Absatzobergrenze von Produkt i in Szenario s
e_i	Erlös je Einheit von Produkt i
p_s	Eintrittswahrscheinlichkeit von Szenario s
k_i^v	variable Herstellkosten je Einheit von Produkt i
k_j^z	Kosten der Kapazitätsreservierung für Ressource j
	Entscheidungsvariablen
$X_{is} \geq 0$	Produktions- und Absatzmenge von Produkt i in Szenario s
$Y_j \in \{0, 1\}$	gleich 1, falls Zusatzkapazität für Ressource j genutzt wird, sonst 0

Programmplanung unter Unsicherheit III

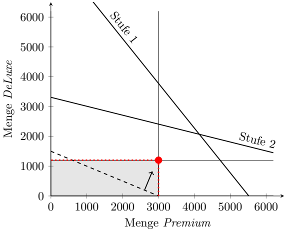
$$\text{Max. } Z = \sum_{s=1}^{S} \sum_{i=1}^{I} p_s(e_i - k_i^v) \cdot X_{is} - \sum_{j=1}^{J} k_j^z \cdot Y_j \qquad (1)$$

u. B. d. R.

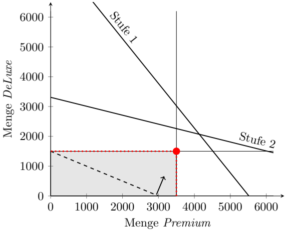
$$X_{is} \leq d_{is}, \qquad i \in \mathcal{I}, s \in \mathcal{S} \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{I} a_{ij} \cdot X_{is} \leq c_j + c_j^z \cdot Y_j, \qquad j \in \mathcal{J}, s \in \mathcal{S} \qquad (3)$$

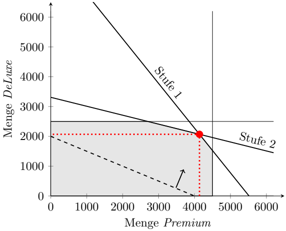
Ergebnisse bei Nutzung der Zusatzkapazität



(a) geringe Nachfrage



(b) mittlere Nachfrage



(c) hohe Nachfrage

Szenarioabhängige Produktionsprogramme mit Kapazitätsreservierung

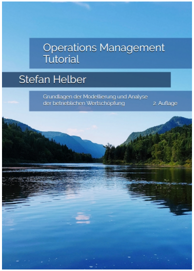
Szenario s	1	2	3
Nachfrage d_{is} [ME]			
Premium	3000	3500	4500
DeLuxe	1200	1500	2500
Produktion X_{is} [ME]			
Premium	3000	3500	4062,50
DeLuxe	1200	1500	2031,25
Deckungsbeitrag [GE]	770.000	990.000	1.315.000
Wahrscheinlichkeit p_s	0,1	0,5	0,4
Erwarteter Deckungsbeitrag [GE]	$77.000 + 495.000 + 526.000 = 1.098.000$		

(Vergleich: Ohne Kapazitätsreservierung 998.667 GE)

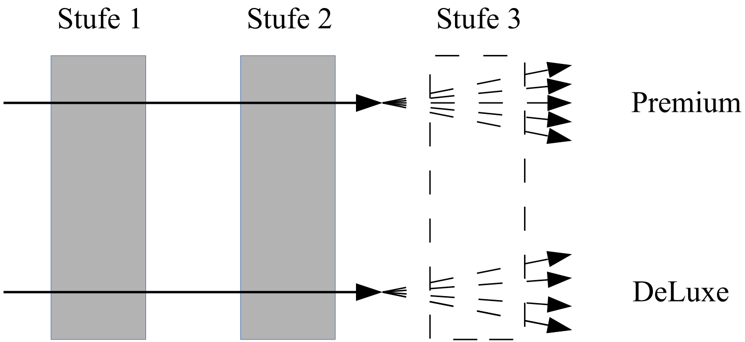
Produktionsprogramme und aggregierte Planung

Beispiel zur (mehrperiodigen) aggregierten Planung

Prof. Dr. Stefan Helber



Produktlinien und Produktionssprozess



Problemstellung im Beispiel

- Betrachtung der nächsten sechs Wochen
- Produktlinien “Premium” und “DeLuxe”
- Produktionsstufen 1 und 2 potentielle Engpässe
- Lagerhaltung und Überstunden möglich
- Nachfrage ist zu befriedigen, Erlöse und variable Produktionskosten damit irrelevant

Grundproblem der aggregierten Planung (Beschäftigungsglättung)!

Daten des Beispiels (Teil 1)

- Bearbeitungsdauern

	Premium	DeLuxe
Produktionstufe 1 [min]	12	8
Produktionstufe 2 [min]	6	20

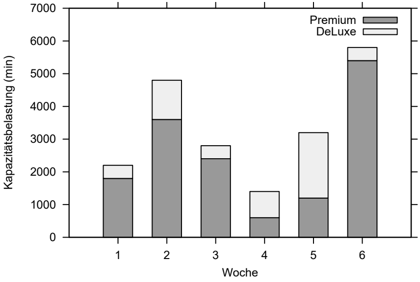
- Kapazität der Produktionsstufen 1 und 2 jeweils 3.500 Minuten je Periode
- max. 300 min Zusatzkapazität je Stufe und Periode

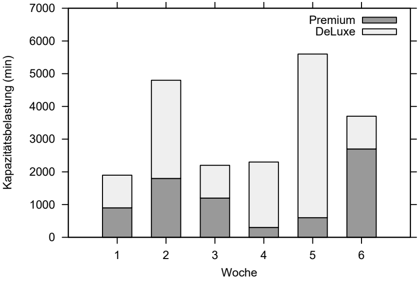
Daten des Beispiels (Teil 2)

- Lagerkostensätze 10 bzw. 15 GE je ME und Woche
- Überstundenkostensatz 10 GE je Minute
- aggregierte Nachfragedaten d_{it}

Woche	1	2	3	4	5	6
Premium	150	300	200	50	100	450
DeLuxe	50	150	50	100	250	50

Kapazitätsbelastung aus Nachfragen





- Produktion jeweils gleich Nachfrage
- Kapazitätsgrenzen ignoriert
- Plan nicht umsetzbar

Entscheidungsmodell I

Symbol	Bedeutung
	Indizes und Indexmengen
$i \in \mathcal{I}$	Produkte, $\mathcal{I} = \{1, ..., I\}$
$j \in \mathcal{J}$	Ressourcen, $\mathcal{J} = \{1, ..., J\}$
$t \in \mathcal{T}$	Perioden, $\mathcal{T} = \{1, ..., T\}$
	Parameter
a_{ij}	Ressourcenverbrauch je Einheit von Produkt i auf Ressource j
c_j	reguläre Periodenkapazität von Ressource j
d_{it}	Nachfrage nach Produkt i in Periode t
k_i^l	Lagerkostensatz von Produkt i
k_j^o	Überstundenkostensatz von Ressource j
$o_j^{\max}$	maximale Zusatzkapazität von Ressource j durch Überstunden je Periode
	Entscheidungsvariablen
$L_{it} \geq 0$	Lagerbestand von Produkt i am Ende von Periode t
$O_{jt} \geq 0$	Zusatzkapazität von Ressource j in Periode t
$X_{it} \geq 0$	Produktionsmenge von Produkt i in Periode t

Entscheidungsmodell II

$$\text{Min. } Z = \sum_{i=1}^{I} \sum_{t=1}^{T} k_i^l \cdot L_{it} + \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} k_j^o \cdot O_{jt} \tag{1}$$

u. B. d. R.

$$L_{i,t-1} + X_{it} - L_{it} = d_{it}, \qquad i \in \mathcal{I}, t \in \mathcal{T} \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{I} a_{ij} \cdot X_{it} \leq c_j + O_{jt}, \qquad j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T} \tag{3}$$

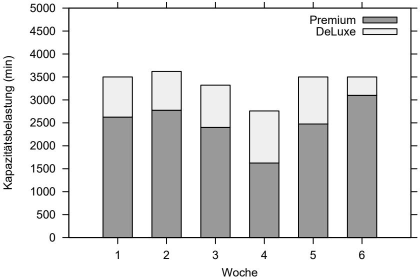
$$O_{jt} \leq o_j^{\max}, \qquad j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T} \tag{4}$$

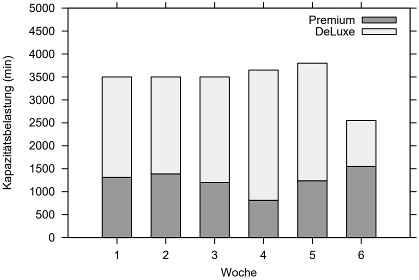
Produktionsmengen, Lagerbestände und Überstunden

Woche	1	2	3	4	5	6
Produktion						
Premium	218.750	231.250	200.000	135.417	206.250	258.333
DeLuxe	109.375	105.625	115.000	141.875	128.125	50.000
Lager						
Premium	68.750			85.417	191.667	
DeLuxe	59.375	15.000	80.000	121.875		
Zusatz-kapazität						
Stufe 1		120				
Stufe 2				150	300	

- Kosten 13302,083 GE
- Lösung ohne Überstunden nicht möglich
- reellwertige Lösungen runden

Kapazitätsbelastung aus Produktionsmengen





- Produktion jeweils ungleich Nachfrage
- Kapazitätsgrenzen beachtet
- Lagerhaltung hier billiger als Überstunden
- Plan umsetzbar

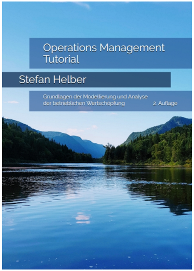
Modelldiskussion

- Konzentration auf Trade-off Lagerhaltung vs. Überstunden
- Berücksichtigung mehrerer Engpässe
- graphisch nicht lösbar, aber mit GAMS/CPLEX
- diverse Erweitungsmöglichkeiten
  - mehrere Produktionsstufen
  - mehrere Werke, horizontale und vertikale Transporte
  - ...
- Master Planning in Advanced Planning Systems

Produktionsprogramme und aggregierte Planung

Programm- und Transportplanung für Produktionsnetzwerke unter Berücksichtigung von CO2-Emissionen

Prof. Dr. Stefan Helber



Problemstellung

CO_2-Emissionen

- durch Produktion und Transport
- führen zu Strafzahlungen

Gesucht

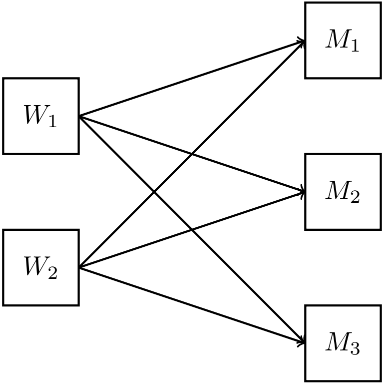
- Produktionsmengen je Produkt und Werk
- Transportmengen je Produkt von den Werken zu den Märkten
- Absatzmengen je Produkt und Markt

Restriktionen

- Produktionskapazitäten an den Werken
- Absatzhöchstgrenzen auf den Märkten

Ziel: Maximierung des Deckungsbeitrags

Beispiel I



- vier Produkte, Nachfrage je Produkt und Markt 100 ME
- Produktionswerke hoch aggregiert, jeweils einzelne kapazitätsbeschränkte Ressource, Kapazität jeweils 300 ME

Beispiel II

Tabelle: Variable Produktionskosten pro Stück je Produkt i in Werk w [GE]

$i \backslash w$	1	2
1	100	110
2	115	120
3	165	160
4	190	200

Tabelle: CO_2-Emissionen der Produktion pro Stück je Produkt i in Werk w [ME]

$i \backslash w$	1	2
1	20	19
2	15	21
3	2	1
4	1	1

Beispiel III

Tabelle: Erlöse je Produkt i auf Markt m [GE]

$i \backslash m$	1	2	3
1	220	230	200
2	225	240	215
3	265	260	245
4	290	290	285

Tabelle: Transportkostensätze für alle Produkte i von Werk w zu Markt m [GE]

$w \backslash m$	1	2	3
1	10	20	30
2	45	30	15

Beispiel IV

Tabelle: CO2-Emissionen des Transport für alle Produkte *i* von Werk *w* zu Markt *m* [ME]

$w \backslash m$	1	2	3
1	10,0	2,0	30,0
2	4,5	3,0	1,5

Modell I

Symbol	Bedeutung
	Indizes und Indexmengen
$i \in \mathcal{I}$	Produkte, $\mathcal{I} = \{1, ..., I\}$
$m \in \mathcal{M}$	Märkte, $\mathcal{T} = \{1, ..., T\}$
$w \in \mathcal{W}$	Werke, $\mathcal{W} = \{1, ..., W\}$
	Parameter
a_{iw}	Ressourcenverbrauch je Einheit von Produkt i in Werk w
c_w	Periodenkapazität von Werk w
d_{im}	Absatzobergrenze von Produkt i auf Markt m
e_{im}	Erlös je Einheit von Produkt i auf Markt m
em^P_{iw}	CO2-Emission der Produktion je Einheit von Produkt i in Werk w
em^T_{iwm}	CO2-Emission des Transports je Einheit von Produkt i von Werk w zu Markt m
k^E	Kosten der Emission einer Einheit CO2
k^T_{iwm}	Transportkostensatz je Einheit von Produkt i von Werk w zu Markt m
k^v_{iw}	variable Produktionskosten je Einheit von Produkt i in Werk w
	Entscheidungsvariablen
$E^{\text{ges}} \geq 0$	gesamte Emission der Produktion und des Transports
$U_{im} \geq 0$	Absatzmenge von Produkt i auf Markt m
$X_{iw} \geq 0$	Produktionsmenge von Produkt i in Werk w
$Y_{iwm} \geq 0$	Transportmenge von Produkt i in Werk zum Markt m w

Modell II

$$\text{Max. } Z = \sum_{i=1}^{I}\sum_{m=1}^{M} e_{im}\cdot U_{im} - \sum_{i=1}^{I}\sum_{w=1}^{W} k_{iw}^{v}\cdot X_{iw} - \sum_{i=1}^{I}\sum_{w=1}^{W}\sum_{m=1}^{M} k_{iwm}^{T}\cdot Y_{iwm} - k^{E}\cdot E^{\text{ges}} \quad (1)$$

u. B. d. R.

$$\sum_{i=1}^{I} a_{iw}\cdot X_{iw} \leq c_w, \qquad w\in\mathcal{W} \quad (2)$$

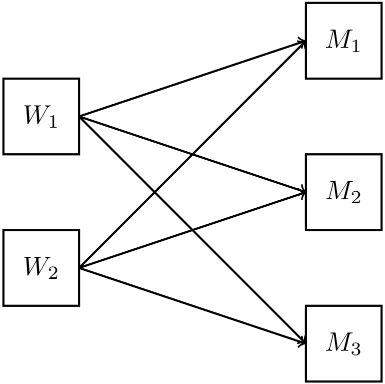
$$X_{iw} = \sum_{m=1}^{M} Y_{iwm}, \qquad i\in\mathcal{I}, w\in\mathcal{W} \quad (3)$$

$$\sum_{w=1}^{W} Y_{iwm} = U_{im}, \qquad i\in\mathcal{I}, m\in\mathcal{M} \quad (4)$$

$$U_{im} \leq d_{im}, \qquad i\in\mathcal{I}, m\in\mathcal{M} \quad (5)$$

$$E^{\text{ges}} = \sum_{i=1}^{I}\sum_{w=1}^{W}\left(em_{iw}^{P}\cdot X_{iw} + \sum_{m=1}^{M} em_{iwm}^{T}\cdot Y_{iwm}\right) \quad (6)$$

Ergebnisse: Produktion, Transport, Emission, DB I



Ergebnisse: Produktion, Transport, Emission, DB II

Transporte für $k^E = 0$, DB 56.500 GE, CO2 $E^{\text{ges}} = 14.400$ ME

$(i, w)\backslash m$	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$
$i = 1, w = 1$	100	100	
$i = 1, w = 2$			100
$i = 2, w = 1$	100		
$i = 2, w = 2$		100	100

Transporte für $k^E = 0{,}3$ GE/ME, DB 52.220 GE, CO2 12.600 ME

$(i, w)\backslash m$	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$
$i = 1, w = 1$	100	100	
$i = 2, w = 1$	100		
$i = 2, w = 2$		100	100
$i = 3, w = 2$			100

Ergebnisse: Produktion, Transport, Emission, DB III

Transporte für $k^E = 0{,}6$ GE/ME, DB 48.820 GE, CO2 7.800 ME

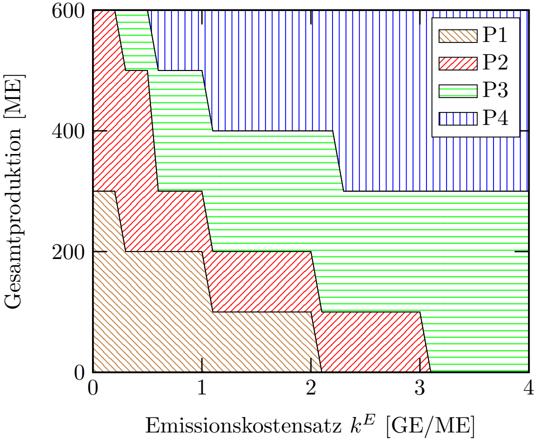
$(i, w) \backslash m$	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$
$i = 1, w = 1$	100	100	
$i = 2, w = 1$		100	
$i = 3, w = 2$		100	100
$i = 4, w = 2$			100

Transporte für $k^E = 3{,}1$ GE/ME, DB 35.100 GE und CO2 3.500 ME

$(i, w) \backslash m$	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$
$i = 3, w = 1$	100		
$i = 3, w = 2$		100	100
$i = 4, w = 1$	100	100	
$i = 4, w = 2$			100

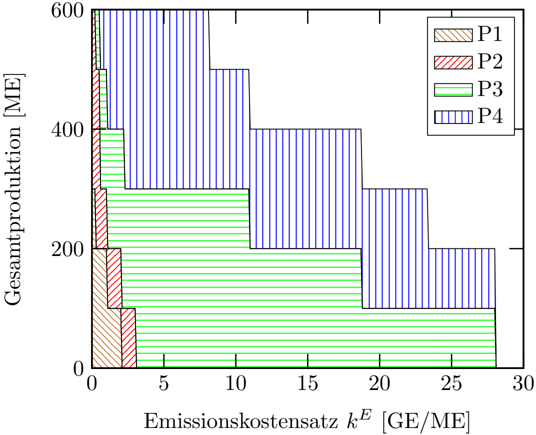
Ergebnisse: Produktion, Transport, Emission, DB IV

Einfluss relativ niedriger CO2-Steuersätze auf die Gesamtproduktion



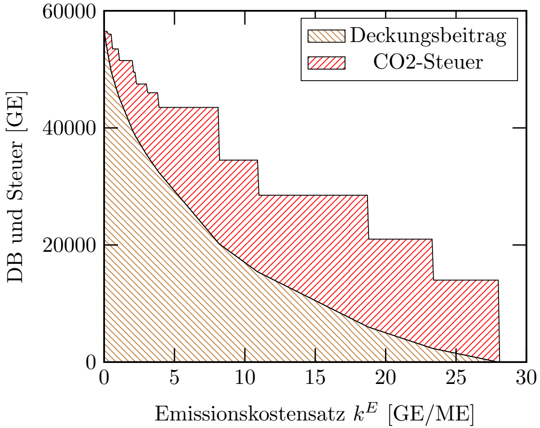
Ergebnisse: Produktion, Transport, Emission, DB V

Einfluss relativ hoher CO2-Steuersätze auf die Gesamtproduktion



Ergebnisse: Produktion, Transport, Emission, DB VI

Einfluss des CO2-Steuersatzes auf den Deckungsbeitrag des Unternehmens und die gezahlte CO2-Steuer



Ergebnisse: Produktion, Transport, Emission, DB VII

Einfluss des CO2-Steuersatzes auf die gezahlte CO2-Steuer und die CO2-Emission