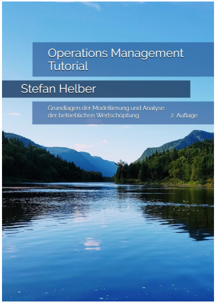
Gegenstand des Operations Management

Management von Wertschöpfungsprozessen in Betrieben

Prof. Dr. Stefan Helber



Wertschöpfungsprozesse

Potentialfaktoren

- Arbeitskräfte
- Anlagen
- Gebäude
- Daten

Repetierfaktoren

- Material
- Energie

→ Wertschöpfungsprozess →

Ausbringungsgüter

- Sachgüter
- Dienstleistungen
- Hybride Leistungsbündel

Betriebe als Wertschöpfungssysteme

Betriebe

- Personal
- arbeitsteilige Organisation
- spezifische Infrastruktur
  - Gebäude
  - Anlagen
  - IT-Systeme

komplexe sozio-technische Systeme

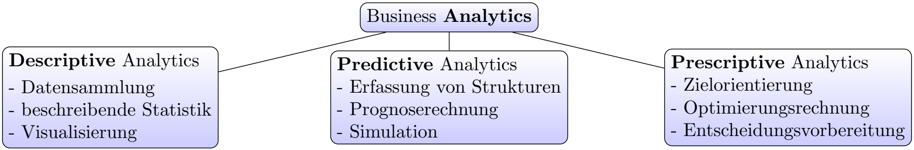
Gegenstand des Operations Management

Analyse der “ökonomischen Mechanik” der Leistungserstellung

- Handlungsalternativen
- Restriktionen
- Ziele

Ziel: Ergiebige Verwendung der knappen Ressourcen

Business Analytics: Daten, Strukturen, Entscheidungen



Vielfalt des Operations Management

Beispiele für Problemfelder

- Buchungsannahme in Hotels
- Routenplanung für Außendienstmitarbeiter
- Stundenplangestaltung in Schulen und Universitäten
- Schichtplanung in Call Centern
- Losgrößenplanung in Industriebetrieben
- Bestandsmanagement in Handelsunternehmen

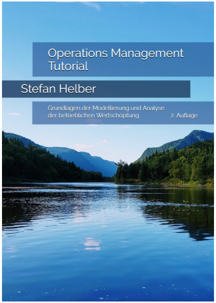
Merkmale des Operations Management

- Dienstleistungen und Sachgüter
- Betriebswirte, Informatiker und Ingenieure
- For-Profit- und Non-Profit-Unternehmen
- quantitativ geprägte Problemstellungen
- abstrakte Modelle und Methoden
- massiver Computereinsatz
- Mathematik, Statistik, Operations Research

Gegenstand des Operations Management

Entscheidungsmodelle

Prof. Dr. Stefan Helber



Beispiel: Auftragsannahme

Problemstellung

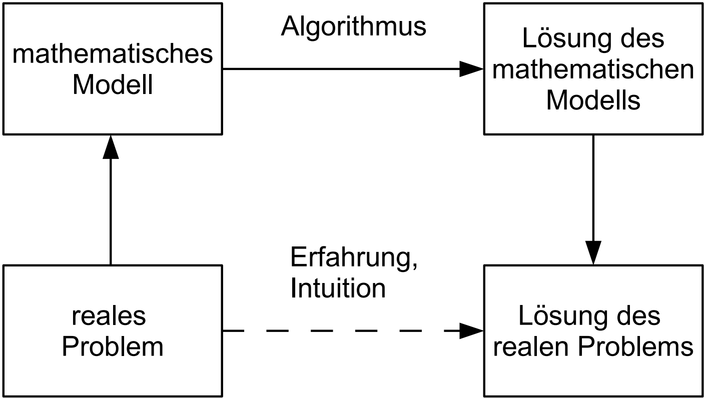
- zwei Maschinen, Restkapazität $c_1 = 110$ bzw. $c_2 = 90$ Stunden
- vier mögliche Aufträge

Auftrag i	$a_{i,1}$ [h]	$a_{i,2}$ [h]	u_i [GE]
1	60	40	9.000
2	20	30	4.000
3	60	10	2.000
4	20	50	10.000

- 16 denkbare Auftragskombinationen

Welche Aufträge annehmen, welche ablehnen?

Funktion von Modellen



Konstruktion eines Entscheidungsmodells

Fünf Fragen:

1. **Welche Indizes verwenden wir?**
   Aufträge $i = 1,...,4$, Anlagen $j = 1, 2$.
2. **Was sind die Parameter?**
   Deckungsbeiträge u_i, Kapazität c_j und Ressourceninanspruchnahme a_{ij}
3. **Was sind die Entscheidungsvariablen?**
   binäre Entscheidungsvariable $X_i \in \{0, 1\}$ zur Auftragsauswahl
4. **Wie sieht die Zielfunktion aus und in welche Richtung wird optimiert?**
   Summe der Deckungsbeiträge
5. **Wie sehen die Nebenbedingungen aus?**
   Kapazitätsrestriktionen der Anlagen

Notation des Modells zur Auftragsannahme

Symbol	Bedeutung
	Indizes und Indexmengen
$i \in \mathcal{I} = \{1, ..., I\}$	Aufträge
$j \in \mathcal{J} = \{1, ..., J\}$	Anlagen
	Parameter
a_{ij}	Ressourcenverbrauch von Auftrag i auf Anlage j
c_j	Kapazität von Anlage j
u_i	Deckungsbeitrag von Auftrag i
	Entscheidungsvariablen
$X_i \in \{0, 1\}$	1, wenn Auftrag i angenommen wird, 0 sonst

Modell Auftragsannahme (abstrakt)

$$\text{Maximiere } Z = \sum_{i=1}^{I} u_i X_i$$

u.B.d.R.

$$\sum_{i=1}^{I} a_{ij} \cdot X_i \le c_j, \qquad j \in \mathcal{J}$$

Modell Auftragsannahme (konkrete Instanz)

$$\text{Maximiere } Z = 9.000 \cdot X_1 + 4.000 \cdot X_2 + 2.000 \cdot X_3 + 10.000 \cdot X_4$$

u.B.d.R.

$$60 \cdot X_1 + 20 \cdot X_2 + 60 \cdot X_3 + 20 \cdot X_4 \leq 110$$
$$40 \cdot X_1 + 30 \cdot X_2 + 10 \cdot X_3 + 50 \cdot X_4 \leq 90$$

Optimale Lösung:

- $X_1 = X_4 = 1,\ X_2 = X_3 = 0$
- $Z = 19.000$
- 80 Stunden auf Anlage 1, 90 Stunden auf Anlage 2
- Lösung durch Standard-Solver ermittelt

Entscheidungsmodelle

Funktionen und Merkmale von Entscheidungsmodellen

- Abbild der Vorstellung eines Entscheidungsproblems
- Anforderung an die Lösung
- Spezifikation der mathematischen Eigenschaften
- Ausgangspunkt für die Wahl eines Lösungsverfahrens
- Beschreibung von Informationsbedarfen und Datenstrukturen
- Unterschied zwischen abstraktem Modell und konkreter Instanz!!

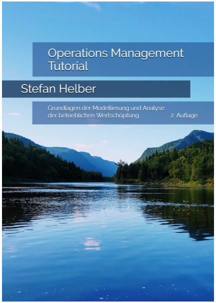
Entscheidungsmodelle sind **keine** Algorithmen oder Verfahren!!

Entscheidungsmodelle sind **kunstvolle** gedankliche Konstruktionen!!

Gegenstand des Operations Management

Modellierung betriebswirtschaftlicher Anforderungen an die Lösung des Problems

Prof. Dr. Stefan Helber



Beispiel: Auftragsannahme

Problemstellung

- zwei Maschinen, Restkapazität $c_1 = 110$ bzw. $c_2 = 90$ Stunden
- vier mögliche Aufträge

Auftrag i	$a_{i,1}$ [h]	$a_{i,2}$ [h]	u_i [GE]
1	60	40	9.000
2	20	30	4.000
3	60	10	2.000
4	20	50	10.000

- 16 denkbare Auftragskombinationen

Welche Aufträge annehmen, welche ablehnen?

Modell Auftragsannahme (konkrete Instanz)

Maximiere $Z = 9.000 \cdot X_1 + 4.000 \cdot X_2 + 2.000 \cdot X_3 + 10.000 \cdot X_4$

u.B.d.R.

$$60 \cdot X_1 + 20 \cdot X_2 + 60 \cdot X_3 + 20 \cdot X_4 \leq 110$$
$$40 \cdot X_1 + 30 \cdot X_2 + 10 \cdot X_3 + 50 \cdot X_4 \leq 90$$

Optimale Lösung:

- $X_1 = X_4 = 1$, $X_2 = X_3 = 0$
- $Z = 19.000$
- 80 Stunden auf Anlage 1, 90 Stunden auf Anlage 2
- Lösung durch Standard-Solver ermittelt

(Anforderungen an) zulässige Lösungen

Bisherige Restriktionen:

$$60 \cdot X_1 + 20 \cdot X_2 + 60 \cdot X_3 + 20 \cdot X_4 \leq 110$$
$$40 \cdot X_1 + 30 \cdot X_2 + 10 \cdot X_3 + 50 \cdot X_4 \leq 90$$

Beispiel einer zulässigen Lösung: $X_1 = 1$ und $X_2 = X_3 = X_4 = 0$

Nun zusätzliche Anforderung: Auftrag 1 kann nur angenommen werden, wenn Auftrag 3 auch angenommen wird

Abbildung durch zusätzliche Nebenbedingung:

$$X_1 \leq X_3 \tag{1}$$

(Anforderungen an) zulässige Lösungen

Wird Auftrag i angenommen, dann muss auch Auftrag k angenommen werden:

$$X_i \leq X_k \tag{2}$$

Wird Auftrag i angenommen, dann darf Auftrag k nicht angenommen werden:

$$X_i \leq (1 - X_k) \tag{3}$$

Auftrag i und Auftrag k können nur gemeinsam angenommen oder abgelehnt werden:

$$X_i = X_k \tag{4}$$

(Anforderungen an) zulässige Lösungen

Genau einer der Aufträge i und k muss ausgewählt werden:

$$X_i + X_k = 1 \tag{5}$$

Mindestens einer der Aufträge i und k muss ausgewählt werden:

$$X_i + X_k \geq 1 \tag{6}$$

Maximal einer der Aufträge i und k darf ausgewählt werden:

$$X_i + X_k \leq 1 \tag{7}$$

(Anforderungen an) zulässige Lösungen

Wenn die Aufträge i und k ausgewählt werden, dann muss Auftrag l ausgewählt werden:

$$X_i + X_k \leq 1 + X_l \tag{8}$$

Wenn die Aufträge i und k ausgewählt werden, dann darf der Auftrag l nicht ausgewählt werden:

$$X_i + X_k \leq 2 - X_l \tag{9}$$

Komplexere Anforderungen: Mengenrabatt

Wenn sowohl Auftrag 1 als auch Auftrag 2 angenommen werden, dann erhält das Unternehmen einen Mengenrabatt von 1.000 GE.

Wie bekommen wir das in das Modell hinein?

- Neue Binärvariable Y gleich 1, wenn wir den Mengenrabatt erhalten, 0 sonst
- Neue Restriktion

$$X_1 + X_2 \geq 2 \cdot Y \tag{10}$$

- Wir nutzen die Optimierungsrichtung!

Auftragsannahme mit Mengenrabatt

$$\text{Maximiere } Z = 9.000 \cdot X_1 + 4.000 \cdot X_2 + 2.000 \cdot X_3 + 10.000 \cdot X_4 + 1.000 \cdot Y \tag{11}$$

u. B. d. R.

$$60 \cdot X_1 + 20 \cdot X_2 + 60 \cdot X_3 + 20 \cdot X_4 \leq 110 \tag{12}$$

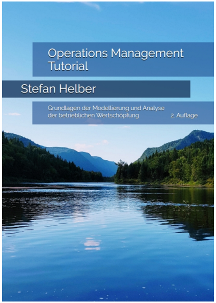
$$40 \cdot X_1 + 30 \cdot X_2 + 10 \cdot X_3 + 50 \cdot X_4 \leq 90 \tag{13}$$

$$X_1 + X_2 \geq 2 \cdot Y \tag{14}$$

Gegenstand des Operations Management

Lösungsverfahren für Optimierungsprobleme

Prof. Dr. Stefan Helber



Beispiel: Auftragsannahme

Problemstellung

- zwei Maschinen, Restkapazität $C_1 = 110$ bzw. $C_2 = 90$ Stunden
- vier mögliche Aufträge

Auftrag i	$a_{i,1}$ [h]	$a_{i,2}$ [h]	u_i [GE]
1	60	40	9.000
2	20	30	4.000
3	60	10	2.000
4	20	50	10.000

- 16 denkbare Auftragskombinationen

Welche Aufträge annehmen, welche ablehnen?

Modell Auftragsannahme (konkrete Instanz)

Maximiere $Z = 9.000 \cdot X_1 + 4.000 \cdot X_2 + 2.000 \cdot X_3 + 10.000 \cdot X_4$

u.B.d.R.

$$60 \cdot X_1 + 20 \cdot X_2 + 60 \cdot X_3 + 20 \cdot X_4 \leq 110$$
$$40 \cdot X_1 + 30 \cdot X_2 + 10 \cdot X_3 + 50 \cdot X_4 \leq 90$$
$$X_1, X_2, X_3, X_4 \in \{0, 1\}$$

Exakte vs. heuristische Lösungsverfahren

Analysis, Differentialrechnung

- Beispiel: Extremwerte der Funktion $f(x) = a \cdot (x - b)^2 + c$ für $-\infty < x < \infty$
- Funktion stetig und differenzierbar
- Ableitung bilden und gleich 0 setzen
- geschlossene Ausdrücke

Exakte vs. heuristische Lösungsverfahren

Lineare und diskrete Optimierung

- Beispiel:

  $$\text{Maximiere } Z = 9.000 \cdot X_1 + 4.000 \cdot X_2 + 2.000 \cdot X_3 + 10.000 \cdot X_4$$

  u.B.d.R.

  $$60 \cdot X_1 + 20 \cdot X_2 + 60 \cdot X_3 + 20 \cdot X_4 \leq 110$$
  $$40 \cdot X_1 + 30 \cdot X_2 + 10 \cdot X_3 + 50 \cdot X_4 \leq 90$$
  $$X_1, X_2, X_3, X_4 \in \{0, 1\}$$

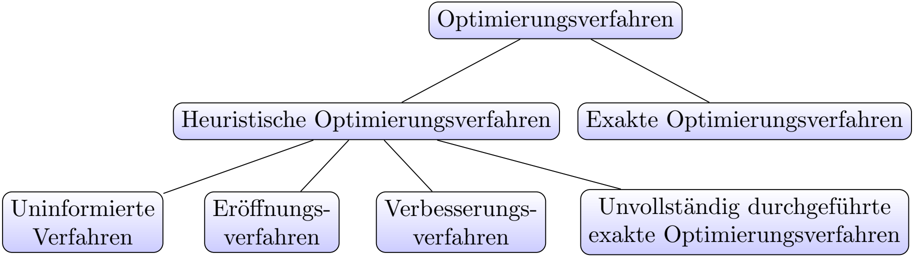
- keine geschlossenen Ausdrücke für optimale Lösungen
- Arbeit mit Optimierungsverfahren bzw. -algorithmen

(Optimierungs-)Algorithmen

Verfahrensweisen für präzise beschriebene (Rechen-)Aufgaben mit

- endlich vielen und
- klar definierten einzelnen Handlungsschritten

Überblick zu Arten von Optimierungsverfahren



Heuristische Lösung durch uninformiertes Verfahren

/* Teil I: Bestimme eine zulässige Startlösung, in welcher zunächst **kein** Auftrag angenommen wird */

for $i \in \mathcal{I}$ **do**
| $X_i := 0$
end
for $j \in \mathcal{J}$ **do**
| $RestKap_j := c_j$
end

Heuristische Lösung durch uninformiertes Verfahren

/* Teil II: Verbessere die zulässige Lösung durch Hinzufügen von Aufträgen */

```
for i ∈ 𝓘 do
    RestkapazitätReicht := wahr
    for j ∈ 𝓙 do
        if a_ij > RestKap_j then
            RestkapazitätReicht := falsch
        end
    end
    if RestKapazitätReicht then
        X_i = 1
        for j ∈ 𝓙 do
            RestKap_j = RestKap_j − a_ij
        end
    end
end
```

Heuristische Lösung durch uninformiertes Verfahren

Ergebnis:

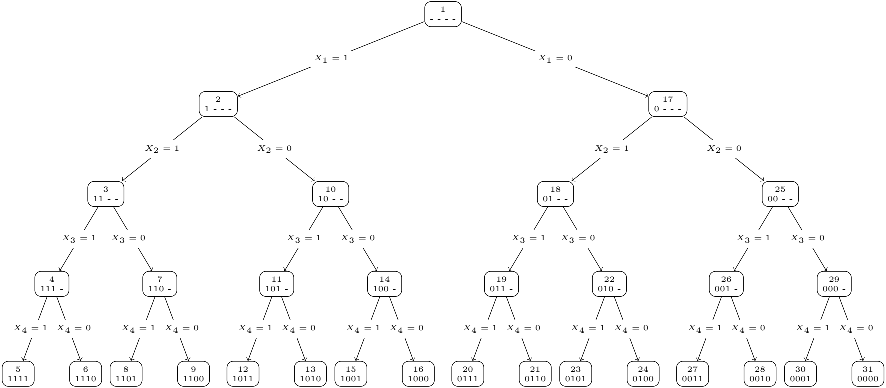
- Aufträge 1 und 2 werden angenommen
- ZF-Wert ist 13.000 GE

Keine Orientierung am Ziel!

Exakte Lösung durch Vollenumeration

Fall	X_1	X_2	X_3	X_4	Restkap. [ZE]		Zulässig?	Z [GE]	Z-rel [GE]
					$j = 1$	$j = 2$			
1	0	0	0	0	110	90	WAHR	0	0
2	0	0	0	1	90	40	WAHR	10.000	10.000
3	0	0	1	0	50	80	WAHR	2.000	2.000
4	0	0	1	1	30	30	WAHR	12.000	12.000
5	0	1	0	0	90	60	WAHR	4.000	4.000
6	0	1	0	1	70	10	WAHR	14.000	14.000
7	0	1	1	0	30	50	WAHR	6.000	6.000
8	0	1	1	1	10	0	WAHR	16.000	16.000
9	1	0	0	0	50	50	WAHR	9.000	9.000
10	1	0	0	1	30	0	WAHR	**19.000**	19.000
11	1	0	1	0	-10	40	FALSCH	-	11.000
12	1	0	1	1	-30	-10	FALSCH	-	21.000
13	1	1	0	0	30	20	WAHR	13.000	13.000
14	1	1	0	1	10	-30	FALSCH	-	23.000
15	1	1	1	0	-30	10	FALSCH	-	15.000
16	1	1	1	1	-50	-40	FALSCH	-	25.000

Exakte Lösung durch Vollenumeration



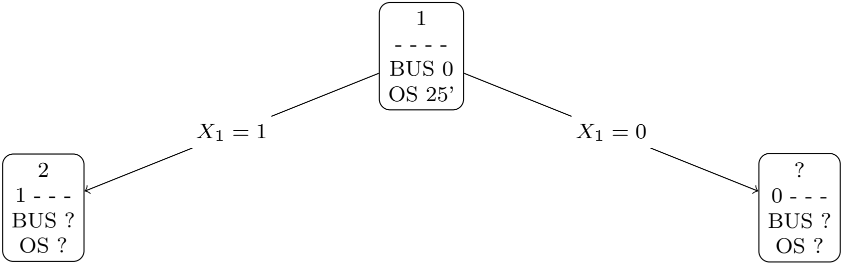
Problem: Explosion der Anzahl möglicher Lösungen

Ein einfaches Branch&Bound-Verfahren

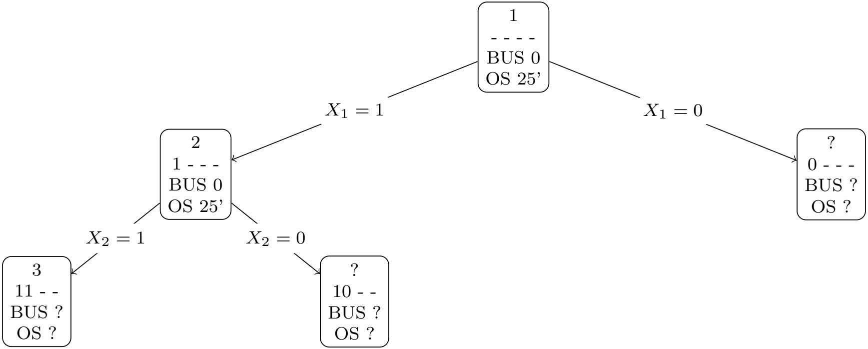
Eingeschränkte Enumeration bei diskreten Entscheidungsvariablen

- allgemeines Lösungsprinzip
- exaktes Verfahren, Beweis des Optimums!
- Bestandteil vieler Solver
- Arbeit mit Entscheidungsbaum
- Branching: Keine Lösung wird verloren
- Bounding: Schlechte Teile des Baums werden ignoriert
- zwei Schranken, im Beispiel:
  - Beste untere Schranke (BUS), anfangs 0
  - Obere Schranke (OS), anfangs $\sum_{i=1}^{4} u_i = 25.000$

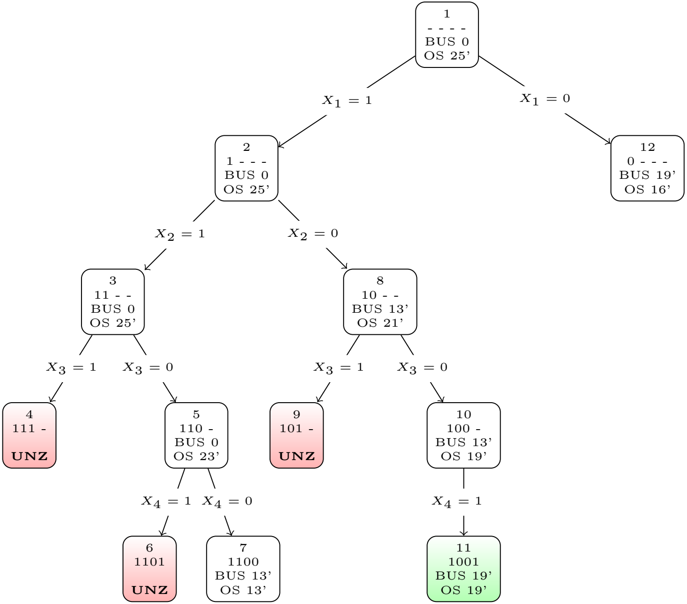
B&B: Verzweigung des Knotens 1



B&B: Verzweigung des Knotens 2



B&B: Verzweigung der weiteren Knoten



Branch&Bound-Verfahren

Ergebnis

- bewiesen optimale Lösung $X_1 = X_4 = 1$, $X_2 = X_3 = 0$ mit ZFW = 19.000
- nur 12 von 31 Knoten des Baums betrachtet
- nur zwei von 16 zulässigen Lösungen betrachtet

Beispiel des allgemeinen Prinzips, zahlreiche Varianten möglich

Optimierungsverfahren

Wichtiger Gegenstand des Operations Research

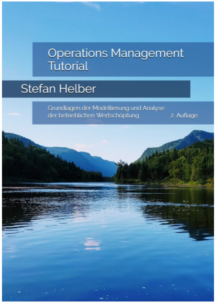
- lineare Optimierung
- gemischt-ganzzahlige (lineare) Optimierung
- nicht-lineare Optimierung
- dynamische Optimierung
- stochastische, robuste Optimierung
- meta-heuristische Optimierungsverfahren
- ...

Wichtige Grundlage des Operations Management

Gegenstand des Operations Management

Algebraische Modellierungssysteme und professionelle Optimierungssoftware: Installation und Verwendung von GAMS

Prof. Dr. Stefan Helber



Software: Modellierungssysteme und Solver

Modellierungssystem („Front-end“)

- Softwaresystem zur Entwicklung und Nutzung von Modellen
- Verwaltung der Daten und der abstrakten Modellstruktur
- Aufruf des Solvers, Darstellung der Ergebnisse
- Beispiele: GAMS, AIMMS, ILOG, ...

Solver („Engine“)

- Softwaresystem zur Lösung der konkreten Instanz
- diverse Algorithmen
- Beispiele: CPLEX, Gurobi, Xpress-MP, ...

Installation

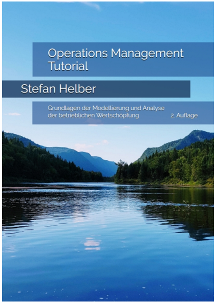
Schritte

1. Demo-Version von GAMS herunterladen (`www.gams.com`)
2. GAMS installieren
3. GAMS Studio öffnen
4. YouTube-Video von GAMS ansehen
5. ZIP-Archiv mit GAMS-Modellen herunterladen (`www.operations-management-online.de`)
6. ZIP-Archiv entpacken
7. Modell analysieren und damit herumspielen

Gegenstand des Operations Management

Simulationsmodelle

Prof. Dr. Stefan Helber



Problemstellung

Stochastisches und ggf. dynamisches Systemverhalten

- Bewertung einer einzelnen Konstellation/Lösung schwierig
- analytische Modelle vs. Experimente
- Zufallsexperimente
- mehrere Wiederholungen erforderlich
- Ergebnisse der Simulation sind auch zufällig

Andere Disziplinen, andere Arten von Simulationsmodellen

Beispiel zur stochastischen Simulation

Das Zeitungsjungenproblem

- Einkaufpreis je Zeitung $c = 0{,}50$ GE
- Verkaufpreis je Zeitung $p = 2{,}00$ GE
- morgendliche Einkaufsmenge q
- zufällige Nachfrage D normalverteilt
  - Mittelwert $\mu_D = 100$ ME
  - Standardabweichung $\sigma_D = 30$ ME
- zufälliger Tagesgewinn $G = p \cdot \min\{D, q\} - c \cdot q$
- schwankt erheblich

Simulation in einer Tabellenkalkulation

Vorgehensweise

- mehrere Szenarien (Tage) betrachten
- je Szenario s eine Realisation d^s zufällig ermitteln
- je Szenario s den Gewinn g^s berechnen
- Mittelwert über die Szenarien $s = 1,...,S$ schätzen (mit Konfidenzintervall)

Live-Demo mit MS Excel

Simulation im Operations Management

Problemfelder

- Lagerhaltung (Politik)
- Auftragsannahme (Politik)
- Leistungsanalyse (Konfiguration)

Instrumente

- diskrete, ereignisorientierte Simulation (DES)
- diverse kommerzielle Systeme: ARENA, SIMIO, WITNESS

Simulation vs. Optimierung

- Simulation: Bewertung *einer* Konstellation
- Optimierung: Ermittlung einer *(sub-)optimalen* Lösung