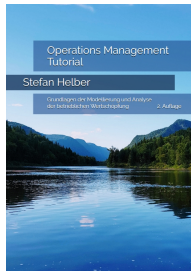


Arbeitsverteilung und Fließbandabstimmung

Problemaspekte

Prof. Dr. Stefan Helber



Arbeitsverteilung: Zuordnung von Arbeitsaufgaben auf Arbeitsträger

- Sachgüterproduktion
- Dienstleistungsproduktion
- Verwaltungsprozesse
- Stellen, Gruppen, Abteilungen ...

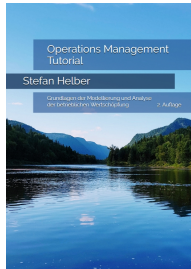
Gesichtspunkte von Entscheidungen zur Arbeitsverteilung

- Qualifikation
- Effizienz und Kosten
- Kapazität
- Wahrgenommene Gerechtigkeit und sozialer Frieden
- Verknüpfung der Arbeitsprozesse

Arbeitsverteilung und Fließbandabstimmung

Arbeitsverteilung ohne Reihenfolgebeziehungen

Prof. Dr. Stefan Helber



Beispiel

Arbeitsverteilung an einem Hochschulinstitut

- Betrachtung „kollektiver“ Aufgaben
- diverse Mitarbeiter
- unterschiedliche Kapazität
- unterschiedliche Präferenzen
- keine Verknüpfung der Aufgaben durch Reihenfolgebeziehungen
- keine Abbildung des Prozessablaufs

Daten zum Arbeitsverteilungsproblem I

Kapazitätsbedarf der Aufgaben

Aufgabe	Kapazitätsbedarf [h]
IT	2
Hiwis	2
Bibliothek	2
(Studien-)Beratung	2
(Koordination von Abschluss-)Arbeiten	4
Internet	2
Studienkommission	1
(Organisation der) Tagung	4

Kapazität der Arbeitsträger

	Swantje	Karola	Kurt	Alf	Gabi	Horst
Fall 1	8	8	8	8	4	8
Fall 2	4	4	4	4	2	4

Daten zum Arbeitsverteilungsproblem II

Aufgaben und Präferenzen der Arbeitsträger

Aufgabe	Swantje	Karola	Kurt	Alf	Gabi	Horst
IT	4	2	1	2	1	4
Hiwis	1	1	5	2	1	3
Bibliothek	1	3	2	3	2	2
Beratung	3	5	2	5	3	5
Arbeiten	2	1	1	2	1	5
Internet	4	2	1	2	2	3
Studienkommission	1	3	5	3	1	1
Tagung	4	4	5	2	1	1

Entscheidungsmodell

Annahmen

- alle Aufgaben müssen zugeordnet werden
- Aufgaben sind unteilbar
- kein Arbeitsträger darf überlastet werden
- das Leid (die Kosten) aus der Zuordnung soll minimiert werden

Notation

Symbol	Bedeutung
Indizes und Indexmengen	
$i = 1, \dots, I$	Aufgaben
$m = 1, \dots, M$	Arbeitsträger
Parameter	
c_m	Kapazität des Arbeitsträgers m
k_{im}	Kosten (Leid) bei Zuordnung von Aufgabe i zum Arbeitsträger m
t_i	Kapazitätsbedarf für Aufgabe i
Entscheidungsvariablen	
$x_{im} \in \{0, 1\}$	gleich 1, wenn Aufgabe i dem Arbeitsträger m zugeordnet wird, 0 sonst

Modell zur Arbeitsverteilung

$$\text{Minimiere } Z = \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M k_{im} X_{im} \quad (1)$$

u. B. d. R.

$$\sum_{m=1}^M X_{im} = 1, \quad i = 1, \dots, I \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^I t_i X_{im} \leq C_m, \quad m = 1, \dots, M \quad (3)$$

Zurück zum Beispiel

Kapazitätsbedarf der Aufgaben

Aufgabe	Kapazitätsbedarf [h]
IT	2
Hiwis	2
Bibliothek	2
(Studien-)Beratung	2
(Koordination von Abschluss-)Arbeiten	4
Internet	2
Studienkommission (StuKo)	1
(Organisation der) Tagung	4

Kapazität der Arbeitsträger

	Swantje	Karola	Kurt	Alf	Gabi	Horst
Fall 1	8	8	8	8	4	8
Fall 2	4	4	4	4	2	4

Lösung im Fall 1: 8 bzw. 4 Stunden Kapazität

Zuordnung von Aufgaben zu Arbeitsträgern

	Swantje	Karola	Kurt	Alf	Gabi	Horst
Kapazität [h]	8	8	8	8	4	8
Aufgabe(n)	Bibliothek	Hiwis	Beratung Arbeiten Internet	-	IT StuKo	Tagung
Rest [h]	6	6	0	8	1	4

Zielfunktionswert: 9 (Arbeitsleid)

Lösung im Fall 2: 4 bzw. 2 Stunden Kapazität

Zuordnung von Aufgaben zu Arbeitsträgern

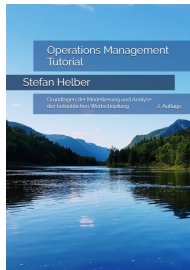
	Swantje	Karola	Kurt	Alf	Gabi	Horst
Kapazität [h]	4	4	4	4	2	4
Aufgabe(n)	Bibliothek StuKo	Hiwis	Beratung Internet	Arbeiten	IT	Tagung
Rest [h]	1	2	0	0	0	0

Zielfunktionswert: 9 (Arbeitsleid)

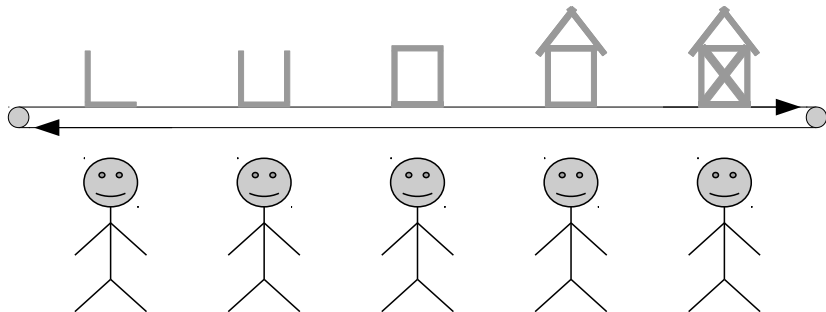
Arbeitsverteilung und Fließbandabstimmung

Fließbandabstimmung: Arbeitsverteilung mit Reihenfolgebeziehungen

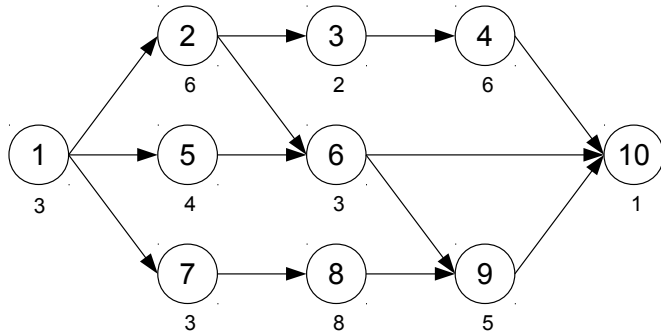
Prof. Dr. Stefan Helber



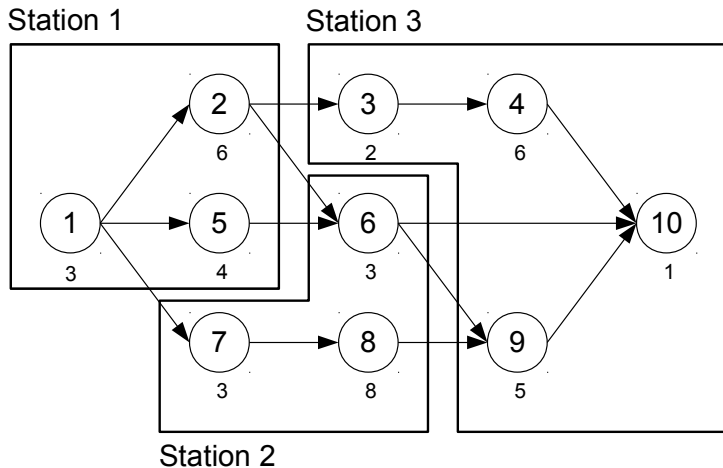
Beispiel: getaktetes Fließproduktionssystem



Vorrangbeziehungen und Prozesszeiten



Zuordnung von Prozessschritten auf Stationen



Entscheidungsmodell

Annahmen

- alle Prozessschritte müssen zugeordnet werden
- Prozessschritte sind unteilbar
- Taktzeit muss an allen Stationen eingehalten werden
- die Vorrangbeziehungen müssen eingehalten werden
- Zahl der Stationen soll minimiert werden

Notation

Symbol	Bedeutung
Indizes und Indexmengen	
$i, j = 1, \dots, I$	Prozessschritte bzw. Arbeitselemente
\mathcal{V}_j	Menge jener Prozessschritte, die unmittelbare Vorgänger von Prozessschritt j sind
$m = 1, \dots, M$	Stationen
Parameter	
c	Taktzeit
t_i	Zeitbedarf für Prozessschritt i
Entscheidungsvariablen	
$X_{im} \in \{0, 1\}$	gleich 1, wenn Prozessschritt i der Station m zugeordnet wird, 0 sonst

Modell zur Fließbandabstimmung

$$\text{Minimiere } Z = \sum_{m=1}^M m \cdot X_{l,m} \quad (1)$$

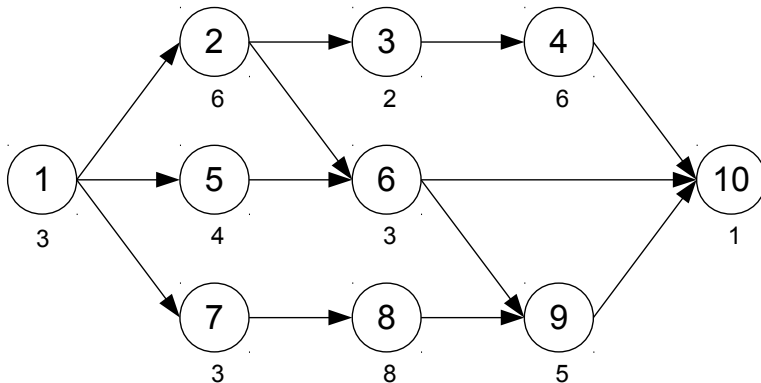
u. B. d. R.

$$\sum_{m=1}^M X_{im} = 1, \quad i = 1, \dots, l \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^l t_i \cdot X_{im} \leq c, \quad m = 1, \dots, M \quad (3)$$

$$\sum_{m=1}^M m \cdot X_{im} \leq \sum_{m=1}^M m \cdot X_{jm}, \quad j = 1, \dots, l; i \in \mathcal{V}_j \quad (4)$$

Zurück zum Beispiel



Betrachtung von Taktzeiten zwischen acht und 41 Zeiteinheiten

Taktzeit von 8 Minuten

Station	Prozessschritte	Belastung [min]
1	1, 5	7
2	2, 3	8
3	6, 7	6
4	8	8
5	4	6
6	9, 10	6

Auslastung von 85,4%

Taktzeit von 9 Minuten

Station	Prozessschritte	Belastung [min]
1	1, 2	9
2	3, 5, 7	9
3	8	8
4	4, 6	9
5	9, 10	6

Auslastung von 91,1%

Taktzeit von 11 Minuten

Station	Prozessschritte	Belastung [min]
1	1, 2, 3	11
2	7, 8	11
3	4, 5	10
4	6, 9, 10	9

Auslastung von 93,2%

Taktzeit von 14 Minuten

Station	Prozessschritte	Belastung [min]
1	1, 2, 5	13
2	6, 7, 8	14
3	3, 4, 9, 10	14

Auslastung von 97,6%

Taktzeit von 21 Minuten

Station	Prozessschritte	Belastung [min]
1	1, 2, 3, 4, 7	20
2	5, 6, 8, 9, 10	21

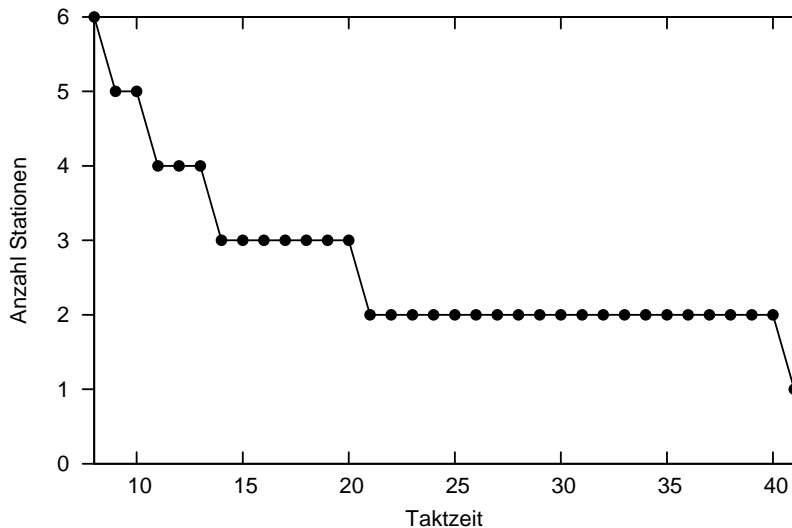
Auslastung von 97,6%

Taktzeit von 41 Minuten

Station	Prozessschritte	Belastung [min]
1	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	41

Auslastung von 100%

Taktzeit und Stationenzahl



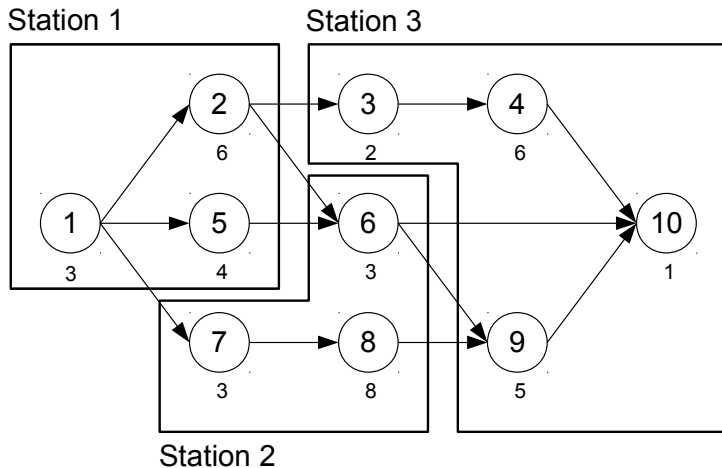
Anpassung an Bedarf

Situation

- Nachfrage ergibt maximale Taktzeit 15 Minuten
- Entscheidung für Taktzeit von 14 Minuten, Auslastung von 97,6%

Station	Prozessschritte	Belastung [min]
1	1, 2, 5	13
2	6, 7, 8	14
3	3, 4, 9, 10	14

Optimale Zuordnung bei Taktzeit 14 ZE



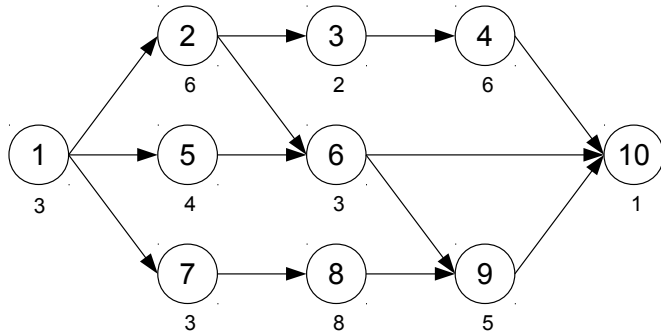
Heuristische Lösung über Prioritätsregeln

Idee des Verfahrens

- Zuordnung stationsweise aufbauen
- Ermittlung einplanbarer Prozessschritte
 - ▶ alle Vorgänger sind eingeplant
 - ▶ passt noch in betrachtete Station hinein
- Auswahl nach Prioritätswert

$$P_i = t_i + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} P_j \quad (5)$$

Vorrangbeziehungen und Prozesszeiten



Rekursive Berechnung der Prioritätswerte

i	t_i [min]	\mathcal{N}_i	$\sum_{j \in \mathcal{N}_i} P_j$ [min]	$P_i = t_i + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} P_j$ [min]
10	1	{-}	0	1
9	5	{10}	1	6
4	6	{10}	1	7
3	2	{4}	7	9
8	8	{9}	6	14
7	3	{8}	14	17
6	3	{9, 10}	6+1=7	10
5	4	{6}	10	14
2	6	{3, 6}	9+10=19	25
1	3	{2, 5, 7}	25+14+17=56	59

Einplanung bei einer Taktzeit von 14 Minuten

Aktuelle Station	Einplanbare Prozessschritte	Eingeplanter Prozessschritt i	Dauer t_i [min]	Restzeit [min]
1	{ <u>1</u> }	1	3	11
	{ <u>2</u> , 5, 7}	2	6	5
	{3, 5, <u>7</u> }	7	3	2
	{ <u>3</u> }	3	2	0
2	{4, <u>5</u> , 8}	5	4	10
	{4, 6, <u>8</u> }	8	8	2
	{}	-	-	2
3	{4, <u>6</u> , 9}	6	3	11
	{ <u>4</u> , 9}	4	6	5
	{ <u>9</u> }	9	5	0
4	{ <u>10</u> }	10	1	13
	{}	-	-	13

Auslastung nur 73,2% (Optimum drei Stationen, Auslastung 97,6%)