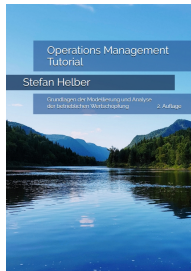


Projektplanung

Problemaspekte

Prof. Dr. Stefan Helber



Projekte

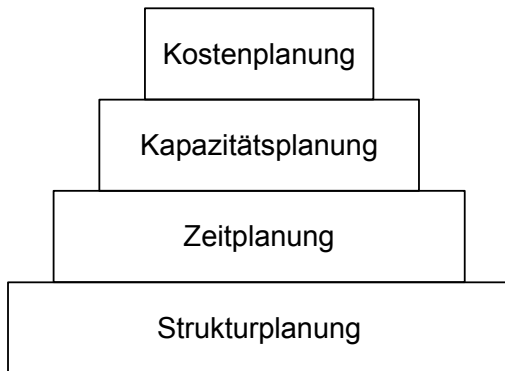
Merkmale

- komplexe Vorhaben
- Anfang und Ende
- Einmaligkeit der Bedingungen

Beispiele

- Einführung eines neuen IT-Systems in einem Unternehmen
- Bau eines Gebäudes
- Durchführung einer Marktstudie
- Veranstaltung einer Konferenz

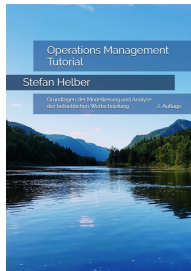
Bereiche der Projektplanung



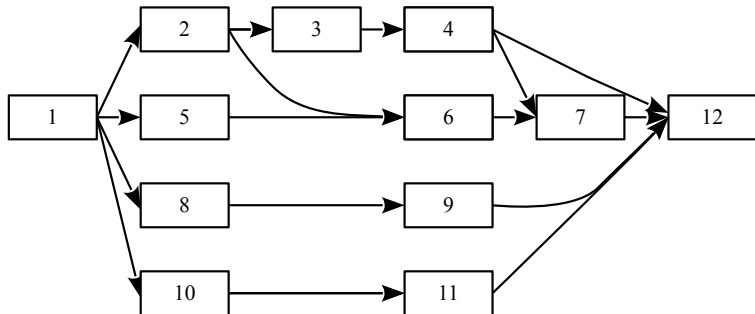
Projektplanung

Struktur- und Zeitplanung

Prof. Dr. Stefan Helber



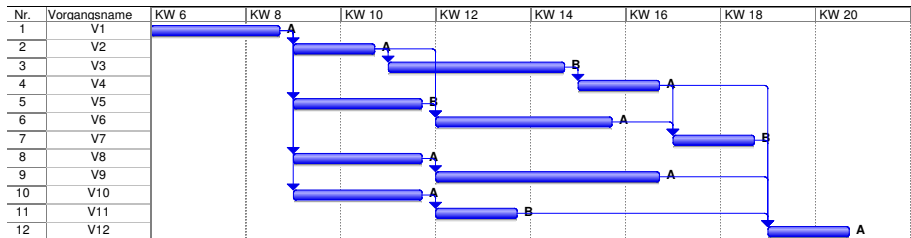
Projektstruktur als Vorgangsknotennetzplan



Datenerfassung in Projektplanungssoftware

| Nr. | Vorgangsname | Dauer | Anfang | Ende | Vorgänger | Ressourcennamen |
|-----|--------------|----------|-------------|-------------|-----------|-----------------|
| 1 | V1 | 3 Wochen | Mo 05.02.24 | Fr 23.02.24 | | A |
| 2 | V2 | 2 Wochen | Mo 26.02.24 | Fr 08.03.24 | 1 | A |
| 3 | V3 | 4 Wochen | Mo 11.03.24 | Fr 05.04.24 | 2 | B |
| 4 | V4 | 2 Wochen | Mo 08.04.24 | Fr 19.04.24 | 3 | A |
| 5 | V5 | 3 Wochen | Mo 26.02.24 | Fr 15.03.24 | 1 | B |
| 6 | V6 | 4 Wochen | Mo 18.03.24 | Fr 12.04.24 | 2;5 | A |
| 7 | V7 | 2 Wochen | Mo 22.04.24 | Fr 03.05.24 | 4;6 | B |
| 8 | V8 | 3 Wochen | Mo 26.02.24 | Fr 15.03.24 | 1 | A |
| 9 | V9 | 5 Wochen | Mo 18.03.24 | Fr 19.04.24 | 8 | A |
| 10 | V10 | 3 Wochen | Mo 26.02.24 | Fr 15.03.24 | 1 | A |
| 11 | V11 | 2 Wochen | Mo 18.03.24 | Fr 29.03.24 | 10 | B |
| 12 | V12 | 2 Wochen | Mo 06.05.24 | Fr 17.05.24 | 4;7;9;11 | A |

Frühestmögliche Einplanung, unbegrenzte Kapazitäten



Vorwärts- und Rückwärtsrechnung I

Vorgangsknotennetzplan zyklensfrei, topologisch sortiert

$$FA_i = \max (FE_h | h \in \mathcal{V}_i), \quad i = 2, \dots, l$$

$$FE_i = FA_i + d_i, \quad i = 2, \dots, l$$

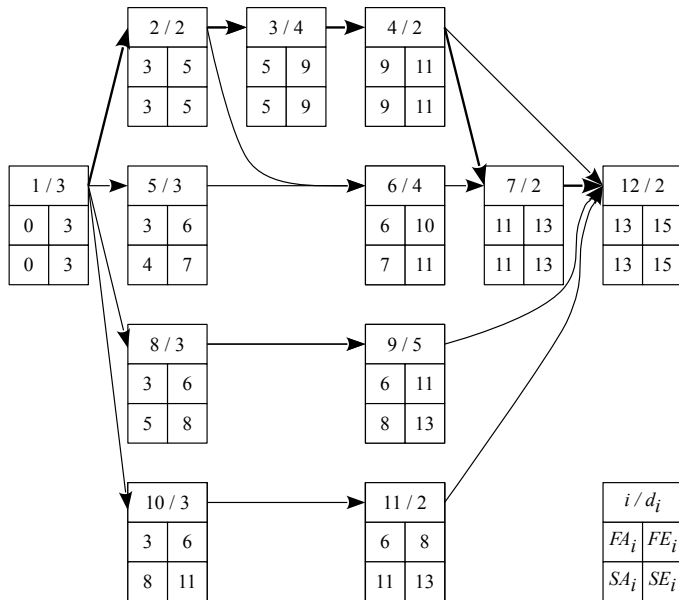
$$SE_i = \min (SA_h | h \in \mathcal{N}_i), \quad i = l - 1, \dots, 1$$

$$SA_i = SE_i - d_i, \quad i = l - 1, \dots, 1$$

$$GP_i = SE_i - FE_i = SA_i - FA_i, \quad i = 1, \dots, l$$

Vorgänge i mit $GP_i = 0$ liegen auf kritischem Pfad.

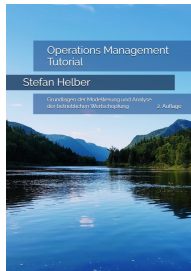
Vorwärts- und Rückwärtsrechnung II



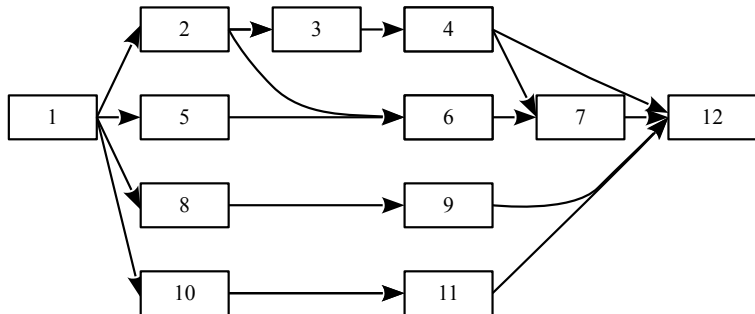
Projektplanung

Kapazitätsplanung

Prof. Dr. Stefan Helber



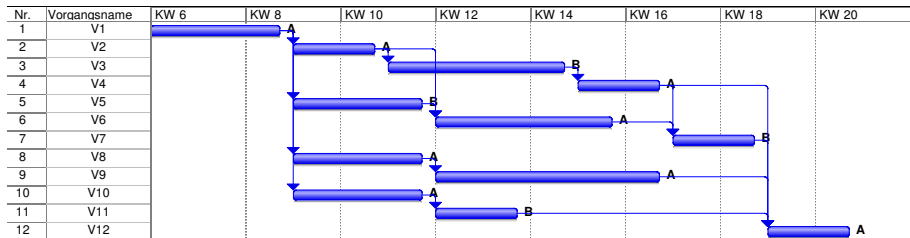
Projektstruktur als Vorgangsknotennetzplan



Datenerfassung in Projektplanungssoftware

| Nr. | Vorgangsname | Dauer | Anfang | Ende | Vorgänger | Ressourcennamen |
|-----|--------------|----------|-------------|-------------|-----------|-----------------|
| 1 | V1 | 3 Wochen | Mo 05.02.24 | Fr 23.02.24 | | A |
| 2 | V2 | 2 Wochen | Mo 26.02.24 | Fr 08.03.24 | 1 | A |
| 3 | V3 | 4 Wochen | Mo 11.03.24 | Fr 05.04.24 | 2 | B |
| 4 | V4 | 2 Wochen | Mo 08.04.24 | Fr 19.04.24 | 3 | A |
| 5 | V5 | 3 Wochen | Mo 26.02.24 | Fr 15.03.24 | 1 | B |
| 6 | V6 | 4 Wochen | Mo 18.03.24 | Fr 12.04.24 | 2;5 | A |
| 7 | V7 | 2 Wochen | Mo 22.04.24 | Fr 03.05.24 | 4;6 | B |
| 8 | V8 | 3 Wochen | Mo 26.02.24 | Fr 15.03.24 | 1 | A |
| 9 | V9 | 5 Wochen | Mo 18.03.24 | Fr 19.04.24 | 8 | A |
| 10 | V10 | 3 Wochen | Mo 26.02.24 | Fr 15.03.24 | 1 | A |
| 11 | V11 | 2 Wochen | Mo 18.03.24 | Fr 29.03.24 | 10 | B |
| 12 | V12 | 2 Wochen | Mo 06.05.24 | Fr 17.05.24 | 4;7;9;11 | A |

Frühestmögliche Einplanung, unbegrenzte Kapazitäten



Zielsetzung des Modells zur Kapazitätsplanung

Projektplan

- zulässig hinsichtlich der Projektstruktur
- zulässig hinsichtlich der Ressourcen
- frühestmögliche Fertigstellung

Notation

| Symbol | Bedeutung |
|-------------------------|---|
| Indizes und Indexmengen | |
| $i, h = 1, \dots, I$ | Vorgänge |
| \mathcal{N}_i | Menge der direkten Nachfolger von Vorgang i |
| \mathcal{V}_i | Menge der direkten Vorgänger von Vorgang i |
| $r = 1, \dots, R$ | Ressourcen |
| $t, \tau = 1, \dots, T$ | Perioden |
| Parameter | |
| d_i | Dauer von Vorgang i |
| FE_i | frühestes Ende von Vorgang i |
| SE_i | spätestes Ende von Vorgang i |
| k_{ir} | Kapazitätsbedarf von Vorgang i auf Ressource r |
| kp_r | verfügbare Kapazität von Ressource r je Periode |
| Entscheidungsvariablen | |
| $X_{it} \in \{0, 1\}$ | gleich 1, falls Vorgang i in Periode t endet, sonst 0 |

Modell zur Kapazitätsplanung

$$\text{Minimiere } Z = \sum_{t=FE_i}^{SE_i} t \cdot X_{i,t} \quad (1)$$

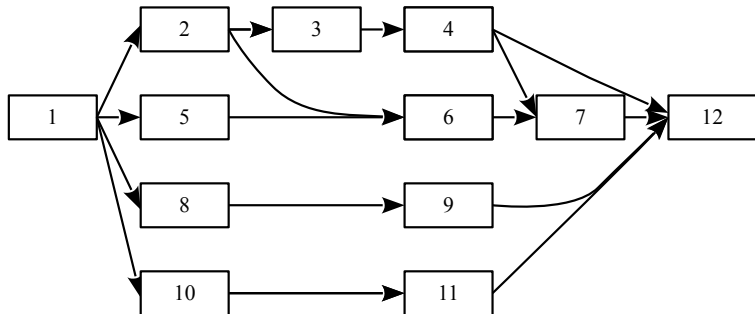
u. B. d. R.

$$\sum_{t=FE_i}^{SE_i} X_{it} = 1, \quad i = 1, \dots, I \quad (2)$$

$$\sum_{t=FE_h}^{SE_h} t \cdot X_{ht} \leq \sum_{t=FE_i}^{SE_i} (t - d_i) \cdot X_{it}, \quad i = 1, \dots, I; h \in \mathcal{V}_i \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{\tau=\max(t, FE_i)}^{\tau=\min(t+d_i-1, SE_i)} k_{ir} \cdot X_{i\tau} \leq kp_r, \quad r = 1, \dots, R; t = 1, \dots, T \quad (4)$$

Projektstruktur als Vorgangsknotennetzplan



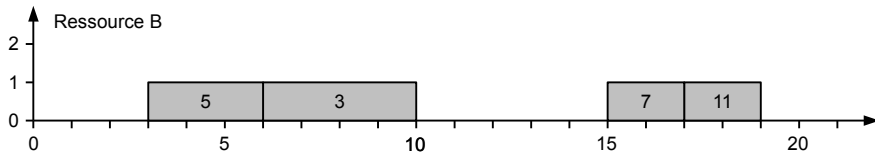
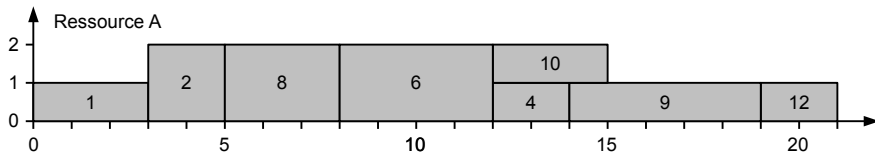
Weitere Daten

Ressourcenbedarf der Vorgänge

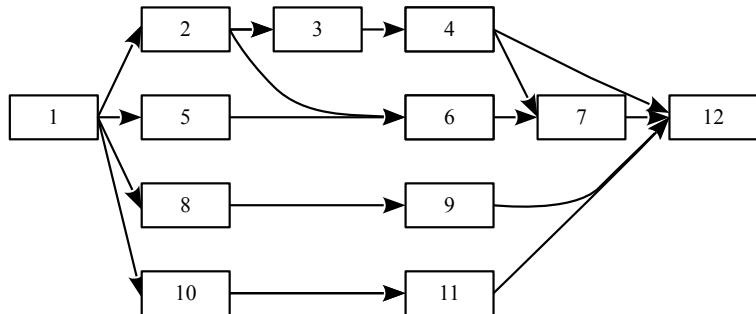
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| d_i | 3 | 2 | 4 | 2 | 3 | 4 | 2 | 3 | 5 | 3 | 2 | 2 |
| $k_{i,A}$ | 1 | 2 | | 1 | | 2 | | 2 | 1 | 1 | | 1 |
| $k_{i,B}$ | | | 1 | | 1 | | 1 | | | | 1 | |

Ressourcenausstattung: zwei Einheiten von A, eine von B

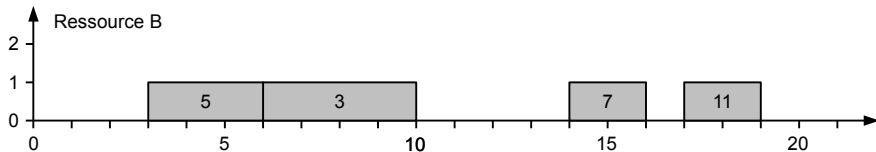
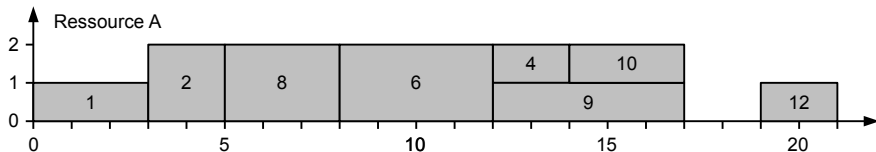
Ablaufpläne mit minimaler Projektdauer: Lösung 1



Projektstruktur als Vorgangsknotennetzplan



Ablaufpläne mit minimaler Projektdauer: Lösung 2



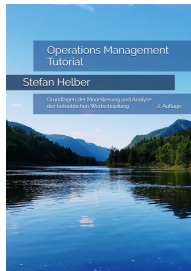
Kapazitätsplanung

- begrenzte Kapazitäten bestimmen den Projektablauf
- schwieriges kombinatorisches Problem
- Verwendung von Heuristiken

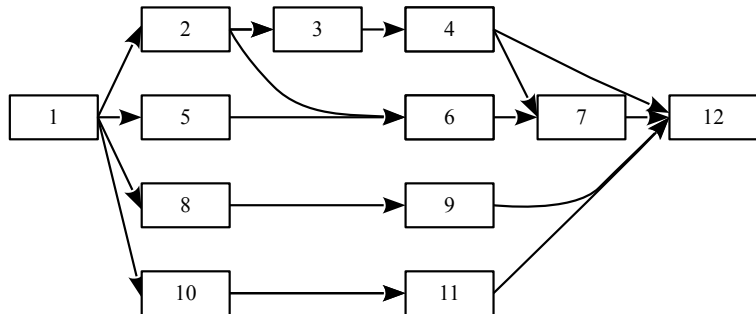
Projektplanung

Kostenplanung

Prof. Dr. Stefan Helber



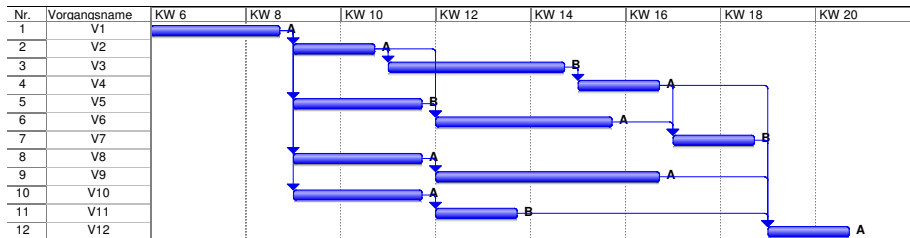
Projektstruktur als Vorgangsknotennetzplan



Datenerfassung in Projektplanungssoftware

| Nr. | Vorgangsname | Dauer | Anfang | Ende | Vorgänger | Ressourcennamen |
|-----|--------------|----------|-------------|-------------|-----------|-----------------|
| 1 | V1 | 3 Wochen | Mo 05.02.24 | Fr 23.02.24 | | A |
| 2 | V2 | 2 Wochen | Mo 26.02.24 | Fr 08.03.24 | 1 | A |
| 3 | V3 | 4 Wochen | Mo 11.03.24 | Fr 05.04.24 | 2 | B |
| 4 | V4 | 2 Wochen | Mo 08.04.24 | Fr 19.04.24 | 3 | A |
| 5 | V5 | 3 Wochen | Mo 26.02.24 | Fr 15.03.24 | 1 | B |
| 6 | V6 | 4 Wochen | Mo 18.03.24 | Fr 12.04.24 | 2;5 | A |
| 7 | V7 | 2 Wochen | Mo 22.04.24 | Fr 03.05.24 | 4;6 | B |
| 8 | V8 | 3 Wochen | Mo 26.02.24 | Fr 15.03.24 | 1 | A |
| 9 | V9 | 5 Wochen | Mo 18.03.24 | Fr 19.04.24 | 8 | A |
| 10 | V10 | 3 Wochen | Mo 26.02.24 | Fr 15.03.24 | 1 | A |
| 11 | V11 | 2 Wochen | Mo 18.03.24 | Fr 29.03.24 | 10 | B |
| 12 | V12 | 2 Wochen | Mo 06.05.24 | Fr 17.05.24 | 4;7;9;11 | A |

Frühestmögliche Einplanung, unbegrenzte Kapazitäten



Zielsetzung des Modells zur Kostenplanung

Projektplan

- zulässig hinsichtlich der Projektstruktur
- zulässig hinsichtlich der Ressourcen
- rechtzeitige Fertigstellung zum gegebenen Termin
- minimale Kosten für Zusatzkapazitäten

Notation

| Symbol | Bedeutung |
|-------------------------|---|
| Indizes und Indexmengen | |
| $i, h = 1, \dots, I$ | Vorgänge |
| \mathcal{N}_i | Menge der direkten Nachfolger von Vorgang i |
| \mathcal{V}_i | Menge der direkten Vorgänger von Vorgang i |
| $r = 1, \dots, R$ | Ressourcen |
| $t, \tau = 1, \dots, T$ | Perioden |
| Parameter | |
| d_i | Dauer von Vorgang i |
| FE_i | frühestes Ende von Vorgang i |
| SE_i | spätestes Ende von Vorgang i |
| k_{ir} | Kapazitätsbedarf von Vorgang i auf Ressource r |
| kp_r | verfügbare Kapazität von Ressource r je Periode |
| oc_r | Kosten einer Einheit Zusatzkapazität von Ressource r |
| Entscheidungsvariablen | |
| $X_{it} \in \{0, 1\}$ | gleich 1, falls Vorgang i in Periode t endet, sonst 0 |
| $O_{rt} \geq 0$ | Zusatzkapazität von Ressource r in Periode t |

Modell zur Kostenplanung

$$\text{Minimiere } Z = \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R oc_r \cdot O_{rt}$$

u. B. d. R.

$$\sum_{t=FE_i}^{SE_i} X_{it} = 1, \quad i = 1, \dots, I$$

$$\sum_{t=FE_h}^{SE_h} t \cdot X_{ht} \leq \sum_{t=FE_i}^{SE_i} (t - d_i) \cdot X_{it}, \quad i = 1, \dots, I; h \in \mathcal{V}_i$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{\tau=\max(t, FE_i)}^{\tau=\min(t+d_i-1, SE_i)} k_{ir} \cdot X_{i\tau} \leq kp_r + O_{rt}, \quad r = 1, \dots, R; t = 1, \dots, T$$

Weitere Daten

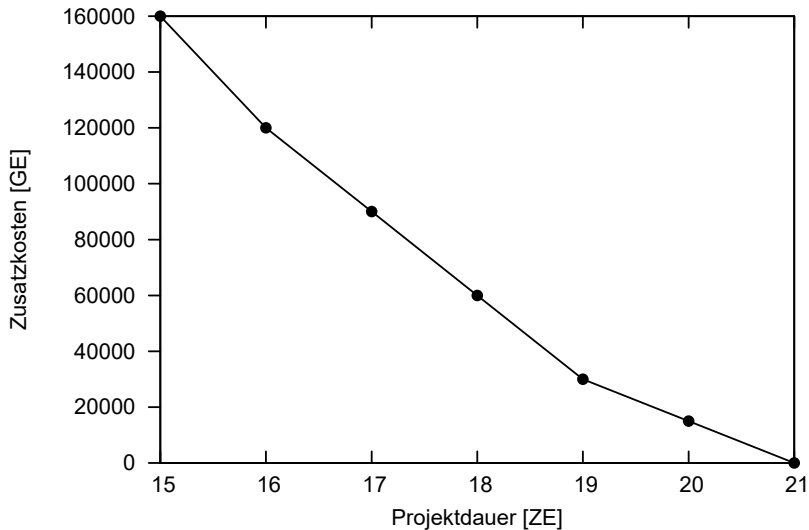
Ressourcenbedarf der Vorgänge

| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| d_i | 3 | 2 | 4 | 2 | 3 | 4 | 2 | 3 | 5 | 3 | 2 | 2 |
| $k_{i,A}$ | 1 | 2 | | 1 | | 2 | | 2 | 1 | 1 | | 1 |
| $k_{i,B}$ | | | 1 | | 1 | | 1 | | | | 1 | |

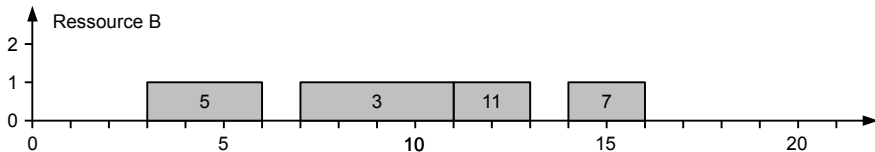
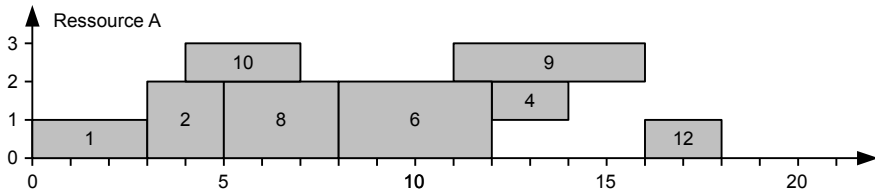
Ressourcen

- Grundausrüstung: zwei Einheiten von A, eine von B
- Zusatzausrüstung: 15.000 GE je Periode bei A, 10.000 GE je Periode bei B

Zusammenhang zwischen Projektdauer und Zusatzkosten



Kostenminimaler Projektplan von 18 ZE Dauer



Zusammenfassung

Kostenplanung

- begrenzte Kapazitäten bestimmen den Projektablauf
- schwieriges kombinatorisches Problem
- Forschungsgegenstand