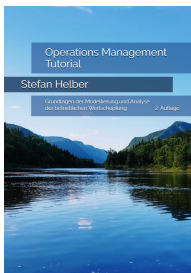


Ablaufplanung

Problemaspekte

Prof. Dr. Stefan Helber

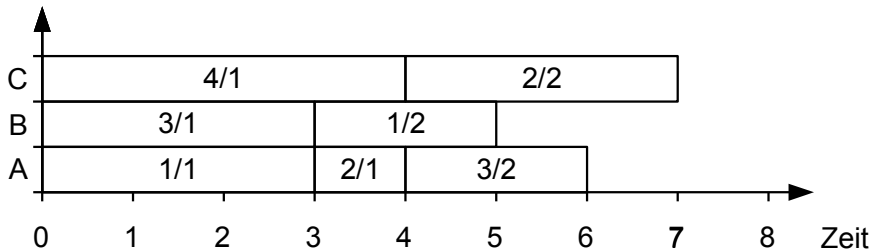


Planung der Prozesse im Zeitablauf

Beispiel: Ressourcen und Dauern einzelner Prozessschritte

Job j \ Schritt s	1	2
1	A / 3	B / 2
2	A / 1	C / 3
3	B / 3	A / 2
4	C / 4	-

Ablaufplan mit minimaler totaler Durchlaufzeit



Problemvarianten und Ziele

Häufig wichtig: Liefertermine dd_j je Job j

Job j	dd_j
1	8
2	4
3	4
4	7

Ziele der Ablaufplanung

- Minimierung der Durchlaufzeit
- Minimierung der Fertigstellungszeit des letzten Auftrags
- Minimierung der Verspätungen
- Minimierung der Abweichungen vom Liefertermin

Methoden der Ablaufplanung

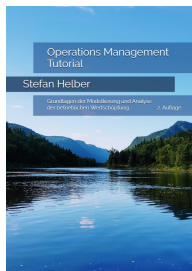
Instrumente

- Mathematische Entscheidungsmodelle und Optimierungsalgorithmen
- Prioritätsregeln
 - ▶ zentrale Feinplanung
 - ▶ dezentrale Steuerung

Ablaufplanung

Zeitdiskrete Entscheidungsmodelle

Prof. Dr. Stefan Helber



Problembeschreibung

Gemeinsame Annahmen:

- Jobs j mit Prozessschritten s auf Ressourcen r mit ganzzahliger Dauer d_{js}
- Kapazitätsbedarfe a_{jsr}
- Kapazitätsangebote b_{rt}

Unterschiedliche Ziele der Ablaufplanung

- 1 Minimierung der Durchlaufzeit
- 2 Minimierung der Fertigstellungszeit des letzten Auftrags
- 3 Minimierung der Verspätungen
- 4 Minimierung der Abweichungen vom Liefertermin

Notation

Symbol	Bedeutung
Indizes und Indexmengen	
$j = 1, \dots, J$	Jobs
$r = 1, \dots, R$	Ressourcen
$s = 1, \dots, S_j$	Schritte des Jobs j
$t, \tau = 1, \dots, T$	Zeitpunkte
Parameter	
a_{jsr}	benötigte Kapazitätseinheiten der Ressource r für Schritt s des Jobs j
b_{rt}	Kapazität der Ressource r in Periode t
ce_j	Strafe je Zeiteinheit der vorzeitigen Fertigstellung des Jobs j
cl_j	Strafe je Zeiteinheit der verspäteten Fertigstellung des Jobs j
d_{js}	Dauer von Schritt s des Jobs j
dd_j	Liefertermin des Jobs j
Entscheidungsvariablen	
$E_j \geq 0$	Verfrühung des Jobs j
$L_j \geq 0$	Verspätung des Jobs j
$M \geq 0$	Fertigstellungszeitpunkt des letzten Jobs
$TF_{js} \geq 0$	Fertigstellungszeitpunkt von Schritt s des Jobs j
$X_{jst} \in \{0, 1\}$	binäre Variable mit Wert 1, wenn zum Zeitpunkt t der Schritt s des Jobs j beendet wird, 0 sonst

Modell 1: Minimierung der Summe der Fertigstellungszeitpunkte

$$\text{Minimiere } \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T t \cdot X_{j,S_j,t} \quad (1)$$

u. B. d. R.

$$\sum_{t=1}^T X_{jst} = 1, \quad j = 1, \dots, J; s = 1, \dots, S_j \quad (2)$$

$$TF_{j,s-1} + d_{js} \leq TF_{js}, \quad j = 1, \dots, J; s = 2, \dots, S_j \quad (3)$$

$$\sum_{t=1}^T t \cdot X_{jst} = TF_{js}, \quad j = 1, \dots, J; s = 1, \dots, S_j \quad (4)$$

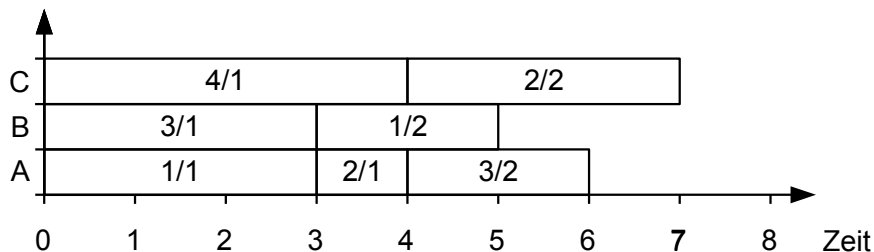
$$\sum_{j=1}^J \sum_{s=1}^{S_j} \sum_{\tau=t}^{t+d_{js}-1} a_{jsr} X_{jst} \leq b_{rt}, \quad r = 1, \dots, R; t = 1, \dots, T \quad (5)$$

Beispiel

Ressourcen und Dauern einzelner Prozessschritte

Job j \ Schritt s	1	2
1	A / 3	B / 2
2	A / 1	C / 3
3	B / 3	A / 2
4	C / 4	-

Ablaufplan mit minimaler Gesamt-Durchlaufzeit



Modell 2: Minimierung des Makespan

Minimiere M (6)

u. B. d. R.

$$\sum_{t=1}^T X_{jst} = 1, \quad j = 1, \dots, J; s = 1, \dots, S_j \quad (7)$$

$$TF_{j,s-1} + d_{js} \leq TF_{js}, \quad j = 1, \dots, J; s = 2, \dots, S_j \quad (8)$$

$$\sum_{t=1}^T t \cdot X_{jst} = TF_{js}, \quad j = 1, \dots, J; s = 1, \dots, S_j \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{s=1}^{S_j} \sum_{\tau=t}^{t+d_{js}-1} a_{jsr} X_{jst} \leq b_{rt}, \quad r = 1, \dots, R; t = 1, \dots, T \quad (10)$$

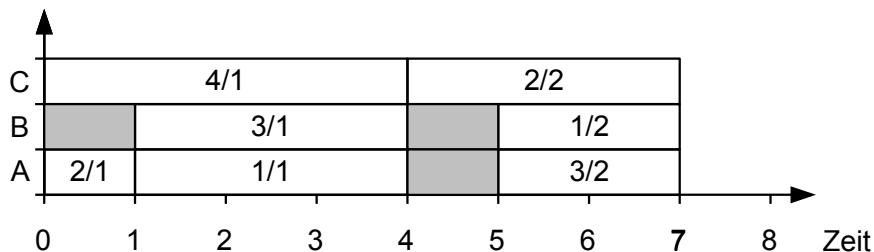
$$\sum_{t=1}^T t \cdot X_{j,S_j,t} \leq M, \quad j = 1, \dots, J \quad (11)$$

Beispiel

Ressourcen und Dauern einzelner Prozessschritte

Job j \ Schritt s	1	2
1	A / 3	B / 2
2	A / 1	C / 3
3	B / 3	A / 2
4	C / 4	-

Ein (!) Ablaufplan mit minimalem Makespan



Modell 3: Minimierung der (gewichteten) Verspätungen

$$\text{Minimiere } \sum_{j=1}^J c_j \cdot L_j \quad (12)$$

u. B. d. R.

$$\sum_{t=1}^T X_{jst} = 1, \quad j = 1, \dots, J; s = 1, \dots, S_j \quad (13)$$

$$TF_{j,s-1} + d_{js} \leq TF_{js}, \quad j = 1, \dots, J; s = 2, \dots, S_j \quad (14)$$

$$\sum_{t=1}^T t \cdot X_{jst} = TF_{js}, \quad j = 1, \dots, J; s = 1, \dots, S_j \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{s=1}^{S_j} \sum_{\tau=t}^{t+d_{js}-1} a_{jsr} X_{jst} \leq b_{rt}, \quad r = 1, \dots, R; t = 1, \dots, T \quad (16)$$

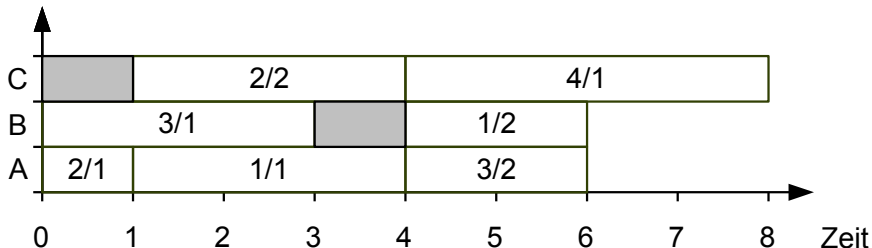
$$TF_{j,S_j} + E_j = dd_j + L_j, \quad j = 1, \dots, J \quad (17)$$

Beispiel

Ressourcen und Dauern einzelner Prozessschritte, Liefertermine

Job j \ Schritt s	1	2	dd_j
1	A / 3	B / 2	8
2	A / 1	C / 3	4
3	B / 3	A / 2	4
4	C / 4	-	7

Ablaufplan mit minimaler Verspätung von drei ZE (alle $cl_j = 1$)



Modell 4: Minimierung der gewichteten Abweichungen

$$\text{Minimiere } \sum_{j=1}^J (ce_j \cdot E_j + cl_j \cdot L_j) \quad (18)$$

u. B. d. R.

$$\sum_{t=1}^T X_{jst} = 1, \quad j = 1, \dots, J; s = 1, \dots, S_j \quad (19)$$

$$TF_{j,s-1} + d_{js} \leq TF_{js}, \quad j = 1, \dots, J; s = 2, \dots, S_j \quad (20)$$

$$\sum_{t=1}^T t \cdot X_{jst} = TF_{js}, \quad j = 1, \dots, J; s = 1, \dots, S_j \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{s=1}^{S_j} \sum_{\tau=t}^{t+d_{js}-1} a_{jsr} X_{jst} \leq b_{rt}, \quad r = 1, \dots, R; t = 1, \dots, T \quad (22)$$

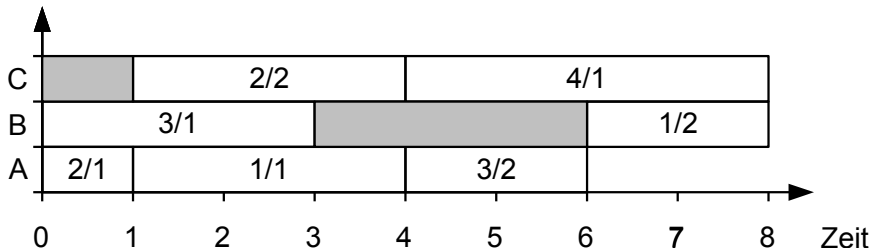
$$TF_{j,S_j} + E_j = dd_j + L_j, \quad j = 1, \dots, J \quad (23)$$

Beispiel

Ressourcen und Dauern einzelner Prozessschritte, Liefertermine

Job j \ Schritt s	1	2	dd_j
1	A / 3	B / 2	8
2	A / 1	C / 3	4
3	B / 3	A / 2	4
4	C / 4	-	7

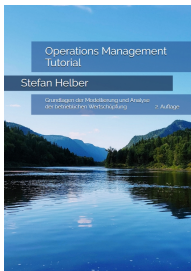
Ablaufplan mit minimaler Abweichung von drei ZE (alle $cl_j = ce_j = 1$)



Ablaufplanung

Prioritätsregeln

Prof. Dr. Stefan Helber



Ablaufplanung in der Praxis

Problemstellung: zentrale Planung vs. dezentrale Steuerung

- optimale Lösung kombinatorischer Probleme oft sehr schwer
- oft schnelle Lösung erforderlich
- oft lokale Entscheidungsfindung erforderlich
- spezialisierte Planungssoftware, z. B. in APS
- einfache Prioritätsregeln
 - ▶ first come, first served (FCFS)
 - ▶ kürzeste Operationszeit (KOZ)
 - ▶ Liefertermin (LT)

Prioritätsregeln: Grundsätzliche Vorgehensweise

Beginnend zum Zeitpunkt 0 werden an allen Ressourcen

- 1 die einplanbaren Jobs ermittelt,
- 2 deren Prioritätswerte bestimmt,
- 3 nach den Prioritätswerten die Einplanungen vorgenommen und
- 4 die frühesten Zeitpunkte ermittelt, zu denen ein Prozessschritt fertig wird und weitere Prozessschritte eingeplant werden können.

Sukzessiver Aufbau des Ablaufplans „von vorne nach hinten“

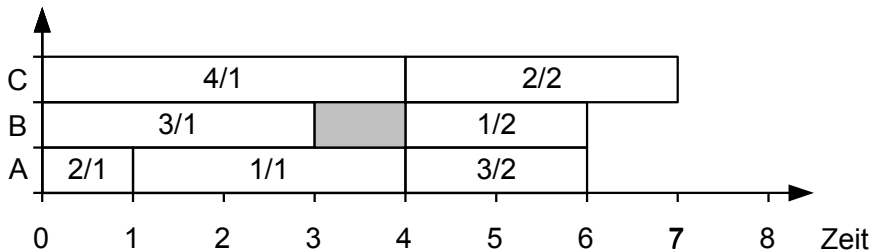
Beispiel

Ressourcen und Dauern einzelner Prozessschritte, Liefertermine

Job j \ Schritt s	1	2	dd_j
1	A / 3	B / 2	8
2	A / 1	C / 3	4
3	B / 3	A / 2	4
4	C / 4	-	7

Beispiel zur Vorgehensweise der KOZ- sowie der LT-Regel

Zeit	A	B	C
0	$\{(1/1/3), (2/1/1)\};$ $(2/1/1); 0+1 = 1$	$\{(3/1/3)\};$ $(3/1/3); 0+3 = 3$	$\{(4/1/4)\};$ $(4/1/4); 0+4 = 4$
1	$\{(1/1/3)\};$ $(1/1/3); 1+3 = 4$	-	-
3	-	-	-
4	$\{(3/2/2)\};$ $(3/2/2); 4+2 = 6$	$\{(1/2/2)\};$ $(1/2/2); 4+2 = 6$	$\{(2/2/3)\};$ $(2/2/3); 4+3 = 7$



Prioritätsregeln

- einfach zu verstehen und verwenden
- heuristische Lösung eines Ablaufplanungsproblems
- sub-optimale Lösungen