1 Gegenstand des Operations Managements

1.1 Management von Wertschöpfungsprozessen in Betrieben

Der Gegenstand des Operations Managements ist die betriebswirtschaftliche Analyse und 1.1
Gestaltung jener Prozesse, die der Erstellung von Dienstleistungen oder Sachgütern dienen. Die Abbildung 1.1 zeigt ein sehr allgemeines und abstraktes Bild dieses Wertschöpfungsprozesses.

Abbildung 1.1: Wertschöpfungprozess

Verschiedene Einsatzgüter wie Materialien, Energie, Daten sowie menschliche und maschinelle Arbeitsleistungen werden in dem Prozess systematisch miteinander kombiniert. Durch die Kombination dieser sogenannten „Produktionsfaktoren“ entstehen neue oder in irgendeiner Weise veränderte Sachgüter oder Dienstleistungen. Werden die materiellen Sachgüter mit immateriellen Dienstleistungen kombiniert, so spricht man von hybriden Leistungsbündeln. Ein Beispiel für eine derartige Kombination ist die Verbindung von Mobiltelefonen als Sachgütern mit jenen Dienstleistungen für die Nutzer von Mobiltelefonen, die über Datennetze, App-Stores und Musik-Portale erbracht werden.

Werden die Einsatzgüter im Wertschöpfungsprozess verbraucht und müssen sie daher laufend neu beschafft werden, so bezeichnet man sie als Repetierfaktoren, ansonsten als Potentialfaktoren.[1] Derartige Prozesse werden in der Regel durchgeführt, weil den so entstandenen Ausbringungsgütern ein höherer Wert zugerechnet wird als den im Prozess verbrauchten Einsatzgütern. Die Wertdifferenz ist die **Wertschöpfung** des Prozesses. Unter Wettbewerbsbedingungen werden auf längere Sicht nur solche Prozesse durchgeführt, die profitabel sind, bei denen also die Wertschöpfung positiv ist. Das zu erreichen, ist oft ein zentrales Ziel des Operations Managements.

[1] Vgl. Dyckhoff und Spengler (2010, Kap. 2.2).

Die hier betrachteten *industriellen* Wertschöpfungsprozesse werden in eigens dafür aufgebauten Systemen durchgeführt. Diese Systeme haben typischerweise über längere Zeit Bestand. Sie sind oft arbeitsteilig organisiert und erfordern zusätzlich zu dem dort beschäftigten Personal eine spezifische Infrastruktur aus Anlagen, Gebäuden, IT-Systemen etc. Die Struktur dieser Bündel von Potentialfaktoren ist entscheidend dafür, welche Wertschöpfungsprozesse überhaupt durchgeführt werden können. Vielfach bezeichnen wir diese Strukturen als **Betriebe**.

Die Aufgabe des Operations Managements als Teilbereich der Betriebswirtschaftslehre besteht darin, jene Prozesse und Strukturen in Betrieben so zu gestalten, dass die Wertdifferenz zwischen Ausbringungs- und Einsatzgütern möglichst groß wird, also die Einsatzgüter einer möglichst ergiebigen Verwendung zugeführt werden. Zu diesem Zweck ist es erforderlich, die „ökonomische Mechanik" der zugrundeliegenden Wertschöpfungsprozesse gedanklich zu durchdringen. Das bedeutet, dass die Handlungsalternativen wie auch deren Restriktionen beschrieben und mit ökonomischen Zielsetzungen, wie z. B. der Maximierung des Unternehmensgewinns, verknüpft werden müssen.

Betriebe und Entscheidungsprobleme des Operations Managements treten in der Realität in einer außerordentlichen Vielfalt auf. Im Folgenden werden einige bewusst unterschiedlich gewählte Arten von Betrieben und Problemen des Operations Managements skizziert, um diese Vielfalt zu verdeutlichen:

Buchungsannahme in Hotels: Hotels in Großstädten werden typischerweise zum einen von Geschäftsreisenden und zum anderen von Touristen besucht. Während Touristen ihre Urlaubsreisen vielfach langfristig planen und buchen, können Geschäftsreisende dies nur recht kurzfristig tun. Allerdings ist die Zahlungsbereitschaft von Geschäftsreisenden für Übernachtungen in Hotelzimmern vielfach deutlich höher. Hier stellt sich die Frage, wie man bei der Annahme von Buchungsanfragen der Touristen dafür sorgt, dass hinreichend viele Zimmer für die später buchenden Geschäftsreisenden frei gehalten werden.

Routenplanung bei Briefzustellern oder im Außendienst: Briefträger müssen vielfach zu Fuß oder mit Fahrrädern Straßen oder ggf. einzelne Straßenseiten in Städten passieren, um dort Briefpost auszuliefern. Hier stellt sich die Aufgabe, die Routen der Briefträger so zu gestalten, dass sie möglichst wenig Straßen unproduktiv passieren müssen, also ohne dort Post zuzustellen. Ähnlich sieht es vielfach bei Außendienstmitarbeitern aus, die im Laufe eines Tages oder einer Woche mehrere Kunden zu besuchen haben. Ihnen stellt sich die Aufgabe, ihre Route so zu planen, dass sie möglichst wenig „unproduktive" Zeit unterwegs verbringen.

Stundenplangestaltung in Schulen und Hochschulen: Schulen und Hochschulen organisieren den Unterricht häufig nach einem sich wöchentlich wiederholenden Stundenplan. Von der Güte dieses Stundenplans hängt ab, wie viel Unterricht erteilt werden kann, wie viele Lehrer, Räume, ggf. auch Schulbusse etc. benötigt werden.

Schichtplanung in Call Centern: Call Center zur Kundenbetreuung sehen sich häufig einem im Zeitablauf sehr stark schwankenden Anrufaufkommen gegenüber. Dies führt zu der Frage, wie durch geschickt konstruierte Schichtpläne dafür gesorgt werden kann, dass weder die Kosten des Personaleinsatzes zu groß, noch die Erreichbarkeit des Call Centers zu gering wird.

Losgrößenplanung in Industriebetrieben: Produktionseinrichtungen in Industriebetrieben können häufig für die Herstellung verschiedener Produktarten verwendet werden. Dazu ist oft ein Rüstprozess erforderlich, während dessen nicht produziert werden kann. Die zwischen zwei Rüstprozessen unmittelbar nacheinander hergestellten Einheiten einer gemeinsamen Produktart bezeichnet man als „Los". Produziert man jede Produktart stets in großen Losen, so entstehen unerwünscht hohe Lagerbestände. Produziert man dagegen in kleinen Losen, so muss man häufig umrüsten. Durch die dafür benötigte Rüstzeit geht u. U. wertvolle Produktionskapazität verloren. Möglicherweise entstehen auch unmittelbar zahlungswirksame Rüstkosten, die ebenfalls unerwünscht sind. Daher ist die kluge Wahl der Losgrößen eine wichtige Planungsaufgabe.

Bestandsmanagement in Wertschöpfungsketten: Häufig muss auf einzelnen Stufen von Wertschöpfungsketten (den sogenannten „Supply Chains") für einzelne Sachgüter Lagerhaltung betrieben werden. Die Nachfrage innerhalb der Wiederbeschaffungszeit für das Sachgut ist dabei in vielen Fällen unsicher. Das führt auf die Frage, durch welche Entscheidungen dafür gesorgt werden kann, dass zu möglichst geringen Kosten eine hohe Verfügbarkeit des Gutes gewährleistet werden kann.

Vergleicht man nun die genannten Beispiele, so zeigt sich, dass der Betrachtungsgegenstand des Operations Managements sehr weit gefasst ist. Es geht nicht nur um die Erstellung von Sachgütern in Fabriken, sondern gleichermaßen auch um die Produktion von Dienstleistungen. Mit Fragen des Operations Managements sind daher Betriebswirte und (Wirtschafts-)Ingenieure gleichermaßen befasst.

Zudem geht es nicht um die Frage, ob die erstellten Leistungen über Märkte abgesetzt werden und dabei ein Gewinnziel verfolgt wird. Das Operations Management betrachtet gleichermaßen auch die Leistungserstellung in öffentlichen oder Non-Profit-Unternehmen, die sich z. B. im Sinne einer Outputmaximierung bei gegebenem Kostenbudget darum bemühen, knappe Ressourcen einer ergiebigen Verwendung zuzuführen.

Ein gemeinsames Merkmal der o. g. Beispiele zu Problemfeldern des Operations Managements ist ihr quantitativer Charakter. Aus diesem Grund ist das Operations Management in erheblichem Maße mathematisch-quantitativ geprägt. Bei aller Unterschiedlichkeit der konkreten Erscheinungsformen von Wertschöpfungsprozessen in verschiedenen Wirtschaftsbereichen zeigen sich immer wieder gemeinsame Problemaspekte, sofern man nur hinreichend abstrakt über das jeweilige Problem nachdenkt.

Wenn Sie auf diese abstrakte Art und Weise an die jeweiligen konkreten Probleme herangehen, so erkennen Sie (hoffentlich) deren entscheidende Charakteristika. Auf diesem Weg werden Sie zu jenen allgemeinen Instrumenten und Methoden geführt, deren Anwendung im konkreten Fall weiterhilft. Dieses Buch verfolgt dazu das Ziel, Ihnen einen Überblick über typische Problemstellungen und Lösungsmethoden des Operations Managements zu verschaffen.

Moderne Systeme der betrieblichen Leistungserstellung sind vielfach durch einen massiven Einsatz von IT-Systemen gekennzeichnet. Wer sich derartigen Systemen gedanklich nähern will, wird dabei ebenfalls praktisch immer mit Computern arbeiten. Auch darauf soll Sie dieses Buch einstimmen.

1.2 Quantitative Modelle des Operations Managements

1.2.1 Entscheidungsmodelle

1.2a Wollen wir uns den Entscheidungsproblemen des Operations Managements aus wissenschaftlicher Sicht nähern, so werden wir dazu regelmäßig formale Modelle der realen Probleme verwenden. Diese formalen Modelle sind in der Sprache der Mathematik formulierte Abstraktionen des realen Problems, in denen wir versuchen, uns auf die *zentralen* Problemaspekte zu konzentrieren und auf die Betrachtung aller anderen Problemaspekte zu verzichten. Dies geschieht in der Hoffnung, dass eine gute Lösung des realen Problems im Wesentlichen von jenen wenigen zentralen Problemaspekten abhängt, um die wir uns in unserem Modell genauer kümmern.

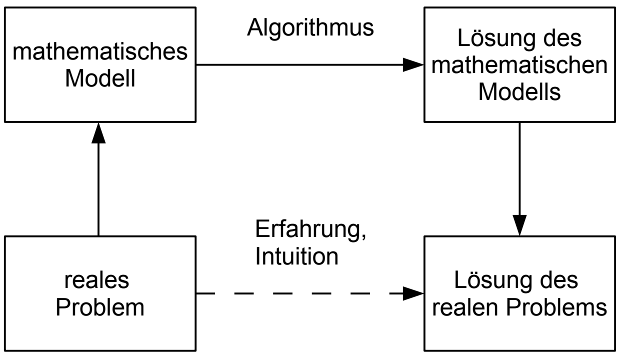

Abbildung 1.2: Problemlösung mittels mathematischer Modelle

In diesem Abschnitt betrachten wir dazu die sogenannten *Entscheidungsmodelle*. Deren Funktion wird in Abbildung 1.2 angedeutet. Zu einem realen Problem sucht ein Entscheidungsträger eine möglichst gute Lösung. Er kann versuchen, eine solche Lösung durch seine Intuition und die Anwendung von Erfahrungswissen zu finden. Im Operations Management stoßen wir jedoch vielfach auf solche Probleme, bei denen dies oft nicht oder nicht gut gelingt.

Falls die Probleme quantitativer Natur sind, so bietet es sich an, einen „Umweg“ über ein geeignet konstruiertes mathematisches Modell des Problems zu gehen und dann durch einen Lösungsalgorithmus eine Lösung des mathematischen Modells zu bestimmen. Wenn man diese Lösung dann in die Ebene der Realität zurücktransformiert, so hat man eine Lösung des realen Problems. Sofern das Modell und der Algorithmus gut zum Problem passen, so geht dies häufig schneller und führt zu besseren Ergebnissen als „erfahrungsbasiertes Herumprobieren“. Die grundsätzliche Vorgehensweise erläutern wir nun anhand eines kleinen Beispiels:

Beispiel zur Auftragsannahme:

Franz Meier, dem Geschäftsführer der *Möllix GmbH*, liegen Anfragen für vier verschiedene Kundenaufträge vor, von denen er weiß, dass er sie im Betrachtungszeitraum nicht alle wird ausführen können. Für die Bearbeitung eines jeden Auftrags benötigt er zwei verschiedene maschinelle Anlagen $j \in \{1, 2\}$ mit jeweils begrenzter Kapazität c_j. Davon stehen im Betrachtungszeitraum noch $c_1 = 110$ bzw. $c_2 = 90$ Stunden zur Verfügung. Zunächst hat Meier als Differenz von auftragsspezifischen Erlösen und variablen Kosten die Deckungsbeiträge u_i der jeweiligen Aufträge $i = 1,\ldots,4$ berechnet und zudem ermittelt, wie viel Kapazität a_{ij} Auftrag i auf der Anlage j benötigt, siehe Tabelle 1.1.

Tabelle 1.1: Daten des Beispiels zur Auftragsannahme

Auftrag i	$a_{i,1}$ [h]	$a_{i,2}$ [h]	u_i [GE]
1	30	40	5000
2	20	30	4000
3	60	10	2000
4	20	50	10000

Meier erkennt, dass es bei vier Aufträgen $2^4 = 16$ verschiedene Auftragskombinationen gibt, die aber nicht alle realisierbar sind. Durch welche Auswahl von Aufträgen kann er den Deckungsbeitrag maximieren?

Zur Konstruktion eines Entscheidungsmodells sind nun **fünf Fragen** zu beantworten. Dies tun wir anhand des gerade eingeführten Beispiels:

Was sind die Objekte der Betrachtung? Objekte der Betrachtung sind hier zunächst offensichtlich die vier Aufträge $i = 1,\ldots,4$ und die beiden maschinellen Anlagen $j \in \{1, 2\}$. Die Objekte der Betrachtung werden durch **Indizes** $i \in \mathscr{I} = \{1,\ldots,I\}$ bzw. $j \in \mathscr{J} = \{1,\ldots,J\}$ abgebildet. Wir werden gleich sehen, dass auch die Kombination oder *Relation* (i,j) zwischen Auftrag i und Anlage j ein Objekt der Betrachtung ist.

Was sind die exogenen Attribute dieser Objekte? Als exogene Attribute bezeichnen wir jene von „außen“ vorgegebenen Merkmale, die zu den **Parametern** des Modells führen. Im konkreten Fall sind dies der Deckungsbeitrag u_i je Auftrag i, die Kapazität c_j je Anlage j sowie die Ressourceninanspruchnahme a_{ij} von Auftrag i auf Anlage j. Hier erkennen Sie, dass auch die Relation (i,j) zweier Objekte i und j selbst wieder ein Objekt der Betrachtung sein kann, weil wir die Ressourceninanspruchnahme a_{ij} auf Basis der Relation (i,j) abbilden.

Was sind die endogenen Attribute dieser Objekte? Als endogene Attribute bezeichnen wir jene Merkmale der Objekte der Betrachtung, für die wir eine konkrete Ausprägung suchen. Diese bezeichnen wir als **Entscheidungsvariablen**, für die ein zulässiger Werte- oder Definitionsbereich angegeben werden muss. Im konkreten Fall verwenden wir eine binäre Entscheidungsvariable $X_i \in \{0,1\}$, die für jeden Auftrag i den Wert 1 erhält, wenn der Auftrag angenommen werden soll, und 0 sonst.

Wie sieht die Zielfunktion aus? In der Zielfunktion werden zumindest einige der Entscheidungsvariablen mit Parametern verknüpft. Der so für jede Ausprägung der Entscheidungsvariablen berechnete Zielfunktionswert ist Ausdruck der Güte der Lösung. Im konkreten Fall summieren wir über alle Aufträge i die Produkte $u_i \cdot X_i$. Dadurch ermitteln wir den gesamten Deckungsbeitrag der angenommenen Aufträge.

Wie sehen die Nebenbedingungen aus? Auch in den Nebenbedingungen werden die Entscheidungsvariablen mit den Parametern verknüpft. Die Nebenbedingungen drücken die Beschränkungen des Lösungsraums aus und bilden dazu die Abhängigkeiten zwischen den Entscheidungsvariablen ab. Im konkreten Fall sind die Nebenbedingungen die Kapazitätsrestriktionen der verschiedenen Anlagen.

Tabelle 1.2: Notation des Modells zur Auftragsannahme I

Indizes und Indexmengen:	
$i \in \mathscr{I} = \{1,\ldots,I\}$	Aufträge
$j \in \mathscr{J} = \{1,\ldots,J\}$	Anlagen
Parameter:	
a_{ij}	Ressourcenverbrauch von Auftrag i auf Anlage j
c_j	Kapazität von Anlage j
u_i	Deckungsbeitrag von Auftrag i
Entscheidungsvariable:	
X_i	1, wenn Auftrag j angenommen wird, 0 sonst

Die Beantwortung der fünf Fragen erlaubt es uns nun, für das Problem der Auftragsannahme ein abstraktes formales Entscheidungsmodell zu formulieren. Mit der Notation in Tabelle 1.2 lautet das Modell dann folgendermaßen:

Modell Auftragsannahme I[2]

$$\text{Maximiere } Z = \sum_{i=1}^{I} u_i \cdot X_i \tag{1.1}$$

unter Beachtung der Restriktionen (u. B. d. R.)

$$\sum_{i=1}^{I} a_{ij} \cdot X_i \leq C_j, \qquad j \in \mathscr{J} \tag{1.2}$$

Die Zielfunktion (1.1) fordert, dass der Deckungsbeitrag der ausgewählten Aufträge maximiert werden soll. Die Nebenbedingung (1.2) drückt die Kapazitätsrestriktionen der Anlagen aus. Beachten Sie, dass die (binären) Entscheidungsvariablen X_i jeweils nur die Werte 0 und 1 annehmen können. Dadurch wird erreicht, dass in der Zielfunktion der Deckungsbeitrag der ausgewählten Aufträge korrekt ermittelt wird, dass die Belastungen der Ressourcen korrekt abgebildet werden und dass jeder Auftrag auch nur maximal einmal angenommen werden kann.

Das sieht recht übersichtlich aus, nicht wahr? Damit liegt das Modell nun in seiner *abstrakten*, allgemeinen Form vor, getrennt von den Daten der konkreten Instanz. Das ist die Form, in der wir solche Modelle formulieren. Wir können es natürlich auch für die konkrete Probleminstanz formulieren, das sieht dann folgendermaßen aus:

Modell Auftragsannahme I (konkrete Instanz)

$$\text{Maximiere } Z = 5000 \cdot X_1 + 4000 \cdot X_2 + 2000 \cdot X_3 + 10000 \cdot X_4 \tag{1.3}$$

u. B. d. R.

$$30 \cdot X_1 + 20 \cdot X_2 + 60 \cdot X_3 + 20 \cdot X_4 \leq 110 \tag{1.4}$$

$$40 \cdot X_1 + 30 \cdot X_2 + 10 \cdot X_3 + 50 \cdot X_4 \leq 90 \tag{1.5}$$

Betrachtet man das Problem näher, so stellt man fest, dass es sich um ein binäres lineares Optimierungsproblem handelt. Für Probleme dieser Art gibt es leistungsfähige Computerprogramme mit einschlägigen Optimierungsverfahren. Wenden wir ein derartiges Verfahren an, so erhalten wir als optimale Lösung $X_1 = 0$, $X_2 = X_3 = X_4 = 1$ und $Z = 16.000$ Geldeinheiten. Es wird also der Auftrag 1 abgelehnt, während die Aufträge 2, 3 und 4 angenommen werden. Bei der ersten Anlage werden dazu von den 110 verfügbaren Stunden 100 genutzt, bei der zweiten Anlage alle 90 verfügbaren Stunden.

Worin besteht nun der Nutzen dieses Modells? Es beschreibt zunächst, welche Vorstellung wir von dem zu lösenden Problem haben. Es formuliert gewissermaßen in der Sprache der Mathematik die *Anforderungen* an eine Lösung des betriebswirtschaftlichen Problems.

[2] Sie werden in Abschnitt 5.2 noch ein zweites, deutlich komplexeres Modell „Auftragsannahme II" kennenlernen.

Wohlgemerkt, das Modell selbst gibt uns zunächst noch keine Lösung. Dazu benötigen wir einen Algorithmus zur Lösung dieser abstrakten *Klasse* von Problemen. Ein solcher Algorithmus beschreibt, durch welche einzelnen Rechenschritte eine konkrete Probleminstanz gelöst werden kann. Haben wir einen derartigen Algorithmus, so können wir im Idealfall beliebige Instanzen dieser Problemklasse lösen. Es ist wichtig, dass Sie diese Unterschiede zwischen einem abstrakten (Entscheidungs-)Modell, einer konkreten Modell-Instanz und einem Lösungsverfahren verstehen.

Wie löst man solche Probleme nun konkret? Die schlechte Nachricht ist, dass für Probleme dieser Art im Regelfall *keine* geschlossenen Ausdrücke für optimale Lösungen existieren. Mit Ihren Kenntnissen zur Extremwertberechnung differenzierbarer Funktionen aus der Analysis können Sie hier nichts anfangen, weil die betrachteten (Ziel-)Funktionen häufig nicht differenzierbar, oft noch nicht einmal stetig sind. Die gute Nachricht ist jedoch, dass es oft Verfahren gibt, die für jede *konkrete* Probleminstanz auf mathematisch optimale oder zumindest betriebswirtschaftliche hinreichend gute Lösungen führen.

Zum Arbeiten mit diesen Entscheidungsmodellen benötigen wir in der Regel zum einen ein algebraisches Modellierungssystem, mit dem wir das mathematische Modell wie auch die Daten erfassen können. Zum anderen benötigen wir einen sogenannten „Solver“, also eine Computersoftware mit geeignetem Lösungsalgorithmus, welcher für die abstrakte Klasse des Problems mit den Daten der konkreten Instanz eine Lösung errechnen kann.

1.2b Dies demonstrieren wir am Beispiel der Software GAMS, die Sie unter `www.gams.de` in einer Demo-Version herunterladen und im weiteren Verlauf des *Operations Management Tutorials* verwenden sollten. Für die Lösung linearer Optimierungsprobleme mit binären oder ganzzahligen Entscheidungsvariablen steht dort u. a. der Solver CPLEX zur Verfügung.

Unter `www.operations-management-online.de` finden Sie ein ZIP-Archiv mit jenen GAMS-Modellen, die in diesem Tutorial verwendet werden und die im Anhang A ab S. 313 dokumentiert sind. Das folgende Listing zeigt die Implementierung des Entscheidungsmodells (1.1) - (1.2) zur Auftragsannahme.

```
* Modell Auftragsannahme I

* abstrakte Definition des Modells
sets                i  Auftrag
                    j  Ressource;

binary variables    x(i) Auswahl von Auftrag i;

free variables      z Zielfunktionswert;

parameter           a(i,j)  Ressourcenverbrauch
                    c(j)    Kapazitaet
                    u(i)    Deckungsbeitrag;
```

```
equations Zielfunktion, Kapazitaetsrestriktion;

Zielfunktion..      z =e= sum(i, u(i) * X(i) );

Kapazitaetsrestriktion(j)..
                    sum(i, a(i,j) * X(i)) =l= c(j);

* Daten der konkreten Instanz
sets
    i /i1*i4/
    j /j1*j2/;

table a(i,j)
            j1      j2
    i1      30      40
    i2      20      30
    i3      60      10
    i4      20      50;

parameters
    c(j)    /j1  110, j2  90/
    u(i)    /i1  5000, i2  4000, i3  2000, i4  10000/;


* Loesung des Modells
model Auftragsannahme_I /Zielfunktion,Kapazitaetsrestriktion/;
solve Auftragsannahme_I maximizing z using MIP;

* Ausgabe der Loesung
display z.l, x.l;
```

Beachten Sie, wie in dem Modell die abstrakten (Un-)Gleichungen von den konkreten Daten getrennt sind. Wenn Sie dieses GAMS-Programm in GAMS lösen lassen, so erhalten Sie die im Beispiel genannte Lösung. Sie sollten das unbedingt selbst ausprobieren und mit dem Modell herumspielen, um ein Gefühl dafür zu bekommen.[3]

Vermutlich fragen Sie sich nun, auf welchem Weg der CPLEX-Solver das mathematische Problem gelöst hat. Die Mathematik dieser Verfahren ist Gegenstand des Faches „Operations Research“, welches eine wesentliche methodische Basis des Operations Managements darstellt. In Lehrbüchern zum Operations Research werden u. a. die sogenannten „Branch-and-Bound-Verfahren“ dargestellt, mit denen Probleme dieser Art gelöst werden.[4] Von Hand kann man diese Verfahren im Regelfall nicht anwenden.[5]

---

3 In dem Video zu diesem Kapitel zeige ich Ihnen, wie das geht. Es ist wirklich sehr einfach und gleichzeitig erhellend.

4 Vgl. Domschke und Drexl (2011), Nickel, Stein und Waldmann (2014) und Suhl und Mellouli (2013).

5 Es gibt aber unter `http://cates.b67.uni-jena.de:88/Entscheidung/tenor/` an der Universität Jena eine sehr (!) schöne Web-Applikation, die diese Verfahren an von Ihnen angegebenen Beispielen Schritt für Schritt vorführt!

Dieses Beispiel hat Ihnen gezeigt, was ein Entscheidungsmodell ist und inwieweit es eine Abstraktion einer realen Problemstellung ist. Es hat Ihnen zudem gezeigt, dass mit dieser mathematischen Abstraktion ein mächtiges Instrument zur Lösung konkreter Problemstellungen eingesetzt werden kann. In dem konkreten Beispiel hätte man die optimale Lösung auch durch systematisches Probieren noch rasch finden können. Wären es jedoch Dutzende von Aufträgen und Anlagen, so ginge dies aufgrund der großen Vielzahl denkbarer Kombinationen nicht mehr.

1.2.2 Simulationsmodelle

1.2c Während Entscheidungsmodelle darauf gerichtet sind, aus einer Vielzahl möglicher Lösungen eines Problems eine der u. U. mehreren besten oder zumindest eine gute Lösung zu finden, gibt es vielfach solche Situationen, bei denen bereits die **Bewertung einer einzelnen Konstellation** nicht ganz einfach ist. Das ist insbesondere dann der Fall, wenn wesentliche Parameter des Problems unsicher und im Zeitablauf veränderlich sind und wir es daher mit einem **stochastischen** und möglicherweise zudem **dynamischen Problem** zu tun haben.

Derartige Fragestellungen treten z. B. dann auf, wenn man sich mit Systemen zum Bestandsmanagement[6] beschäftigt. Bei der Analyse des Verhaltens und der Leistungsfähigkeit solcher Systeme erkennt man, dass die Unsicherheit der Nachfrage innerhalb der Wiederbeschaffungszeit des Lagers eine zentrale Rolle für die Lieferfähigkeit des Lagers und seine Kosten spielt.

Ähnlich sieht es aus, wenn man ein Warte- und Bediensystem wie z. B. die telefonische Kundenbetreuung in einem Call Center betrachtet. Dann muss ein im Zeitablauf stochastischer Prozess untersucht werden, der durch die zufälligen Zwischenankunftszeiten sowie die ebenfalls zufälligen Bearbeitungszeiten der einzelnen Anrufer geprägt ist.

In solchen Situationen stößt man mit den Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung häufig an Grenzen und wendet sich vom Denken ab und dem Probieren zu, getreu dem Motto „Wenn man nicht mehr weiter kann, fängt man zu simulieren an.“[7] Dazu gibt es eine Vielzahl von Softwaresystemen, die in der Praxis intensiv und für die verschiedensten Fragestellungen eingesetzt werden. Solche Simulationen kann man auch als digitale Durchführung von mathematischen Experimenten betrachten, aus denen man ebenfalls viel lernen kann. Allerdings muss man berücksichtigen, dass **Zufallsexperimente** nur zu zufälligen Ergebnissen führen können und man letztlich doch wieder Wahrscheinlichkeitsrechnungen durchführen muss, um deren Ergebnisse sachgerecht zu interpretieren. Um die grundlegenden Ideen und Probleme einer stochastischen Simulation zu erläutern, betrachten wir im Folgenden ein kleines Beispiel.

[6] Früher nannte man das „Lagerhaltung“.
[7] Zimmermann und Stache (2001, S. 336)

Beispiel zum Zeitungsverkauf:

Paul und Paula sind mobile Zeitungsverkäufer. Jeden Morgen kaufen sie 90 Exemplare der lokalen Tageszeitung für je 50 Cent und verkaufen diese dann im Tagesverlauf für 2,00 Euro je Stück weiter an ihre Laufkundschaft. An manchen Tagen sind die morgens gekauften Zeitungen am frühen Mittag schon alle verkauft und die beiden ärgern sich, den Bedarf unterschätzt zu haben. Andererseits gibt es Tage, an denen abends Zeitungen übrig bleiben, und die beiden sich ebenfalls ärgern, die übrigen Zeitungen wegwerfen zu müssen. Paul und Paula denken, dass es so nicht weiter gehen kann, und beschließen, der Sache auf den Grund zu gehen.

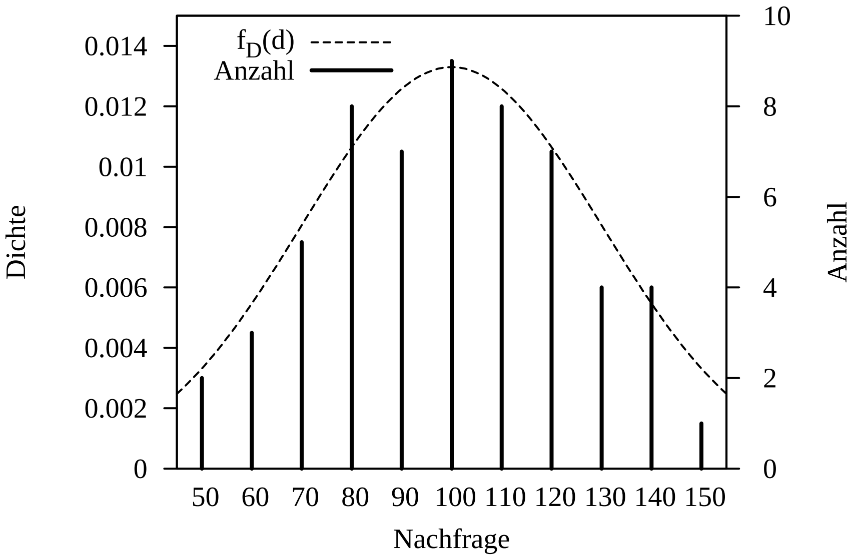

Abbildung 1.3: Empirische Häufigkeiten und Approximation durch eine Normalverteilung

Ihnen ist klar, dass sie zunächst herausfinden müssen, wie die **Verteilung der Nachfrage** nach Zeitungen je Tag aussieht. Daher bleiben sie nun auch dann mit der Zeitschriftentasche vor dem Bauch an der Straßenecke stehen, wenn bereits alle Zeitschriften verkauft sind, und notieren, wie viele Kunden an diesem Tag gerne eine Zeitschrift gekauft *hätten*. Diese Daten aggregieren sie zunächst in 10er-Intervallen und finden heraus, dass z. B. an neun Tagen zwischen 96 und 105 Zeitungen hätten verkauft werden können, siehe Abbildung 1.3. Sie beschließen, die tägliche Nachfrage durch eine Normalverteilung mit Mittelwert 100 und Standardabweichung 30 zu approximieren, weil deren Dichtefunktion $f_D(d)$ so einigermaßen zu den empirischen Häufigkeiten zu passen scheint.

Paul ist sehr zufrieden. Er denkt, dass sie auf der „sicheren Seite“ sind, wenn sie weiterhin jeden Morgen 90 Zeitungen kaufen. Dann müssen sie nicht so oft ungelesene Zeitungen wegwerfen, was ihm ein Gräuel ist. Paula dagegen möchte jetzt jeden Morgen 110 Zeitungen kaufen, weil es aus ihrer Sicht schlimmer ist, eine Zeitschrift nicht zu verkaufen, für die es eine Nachfrage gegeben hätte, als abends eine übrige Zeitung wegzuwerfen.

Da sie die Mathematik des Problems[8] nicht so richtig durchdringen, beschließen sie, die Angelegenheit durch eine stochastische Simulation zu untersuchen und verwenden dazu ein Tabellenkalkulationsprogramm.

Sehen wir uns nun einmal an, was Paul und Paula hier zu tun haben, um eine stochastische Simulation durchzuführen. Zunächst ist den beiden klar, dass sie ihre Zufallsexperimente mehrmals werden durchführen müssen, um ein klares Bild zu erhalten. Jede dieser Wiederholungen bezeichnen wir als *Szenario*. Wenn wir mit q die Anzahl gekaufter Zeitungen bezeichnen, d^s die konkrete Realisation der zufälligen Nachfrage im Szenario s ist, und wir mit c den Einkaufspreis (also die Beschaffungskosten je Stück) sowie mit p den Verkaufspreis bzw. Stückerlös jeder Zeitung bezeichnen, so gilt für den (Tages-)Gewinn g^s im Szenario s offenbar folgende Beziehung:

$$g^s = p \cdot \min\{d^s, q\} - c \cdot q \tag{1.6}$$

Während die Kosten $c \cdot q$ des Tages mit der Beschaffungsmenge q bereits festgelegt sind, hängen die Erlöse auch davon ab, wie an dem Tag die Nachfrage d^s aussieht. Abgesetzt werden kann im Szenario s nur das Minimum aus Nachfrage d^s und Beschaffungsmenge q.

Die Abbildung 1.4 zeigt die Simulation von zunächst insgesamt 10 unabhängigen Szenarien bei einer Einkaufsmenge von 90 Tageszeitungen in einem Tabellenkalkulationsprogramm. Die in der Tabelle verwendeten Berechnungsformeln stellt die Abbildung 1.5 dar. Einige der Elemente und Berechnungsvorschriften dieses Tabellenblatts sehen wir uns nun genauer an, weil wir an diesem konkreten Beispiel einiges über die Durchführung einer stochastischen Simulation lernen können.

In den Zellen „C1“ bis „C5“ in Abbildung 1.4 stehen die Eingangsgrößen des Simulationsmodells. Das zufällige Element des Modells ist die Nachfrage d^s im jeweiligen Szenario s, beispielsweise in Szenario 5 die Nachfrage von 63 Mengeneinheiten in Zelle „B12“. Sehen wir uns nun diese Zelle „B12“ in der Abbildung 1.5 genauer an, so finden wir dort die folgende Berechnungsvorschrift:

```
=RUNDEN(NORMINV(ZUFALLSZAHL();$C$4;$C$5);0)
```

[8] Dieses Problem betrachten wir noch sehr ausführlich in Abschnitt 6. Dann lernen Sie auch die Alternative zur hier betrachteten Simulation kennen.